

A Coleção *Histórias da Matemática em estudos e no ensino*, composta por 10 volumes, celebra – mesmo que à distância e frente à pandemia da COVID-19 – os 20 anos da proposta da Sociedade Brasileira de História da Matemática (SBHMat) em considerar a produção de conhecimentos acerca das aproximações entre história da matemática, história da Educação Matemática e o ensino como elementos constitutivos dos minicursos dos seminários. Com o objetivo de fortalecer as relações e interfaces que podem se estabelecer na sala de aula, articulando saberes históricos, matemáticos e interdisciplinares, os temas desta coleção são contextualizados, considerando a realidade de professores que ensinam matemática, envolvendo a educação básica e o ensino superior. Neste volume, os autores nos brindam com uma versão da Matemática Islâmica Medieval, nos levando a conhecer o contexto político da formação do mundo islâmico e do desenvolvimento do saber nesta região. Especificamente sobre a Matemática são apresentadas duas obras traduzidas por eles, Tratado Aritmético de al-Khwarizmi e Tratado sobre a circunferência de al-Kashi, possibilitando outros estudos e outras Histórias.



ISBN 978-65-5563-058-9



9 786555 630589

TÓPICOS DE HISTÓRIA DA MATEMÁTICA ISLÂMICA MEDIEVAL



BERNADETE BARBOSA MOREY
DAVIDSON PAULO AZEVEDO OLIVEIRA
ANA PAULA PEREIRA DO NASCIMENTO

TÓPICOS DE HISTÓRIA DA MATEMÁTICA ISLÂMICA MEDIEVAL

[ORGANIZADORAS]
CRISTIANE COPPE
MÔNICA SIQUEIRA



TÓPICOS DE HISTÓRIA DA MATEMÁTICA ISLÂMICA MEDIEVAL

COLEÇÃO

**HISTÓRIAS DA MATEMÁTICA
EM ESTUDOS E NO ENSINO**

9





BERNADETE BARBOSA MOREY
DAVIDSON PAULO AZEVEDO OLIVEIRA
ANA PAULA PEREIRA DO NASCIMENTO

TÓPICOS DE HISTÓRIA DA MATEMÁTICA ISLÂMICA MEDIEVAL

COLEÇÃO

**HISTÓRIAS DA MATEMÁTICA
EM ESTUDOS E NO ENSINO**

9



2021

Copyright © 2021 Editora Livraria da Física
1ª Edição

Direção editorial: José Roberto Marinho

Revisão de Texto: Alison Luan Ferreira da Silva e Giselle Costa de Sousa

Texto da 4ª Capa: Cristiane Coppe e Mônica Siqueira

Capa: Fabrício Ribeiro

Projeto gráfico e diagramação: Fabrício Ribeiro

Edição revisada segundo o Novo Acordo Ortográfico da Língua Portuguesa

Dados Internacionais de Catalogação na publicação (CIP)
(Câmara Brasileira do Livro, SP, Brasil)

Morey, Bernadete

Tópicos de história da matemática islâmica medieval / Bernadete Morey, Davidson Oliveira, Ana Paula Pereira. – 1. ed. – São Paulo: Livraria da Física, 2021. – (Histórias da matemática em estudos e no ensino; 9)

Bibliografia

ISBN 978-65-5563-058-9

1. Matemática - Estudo e ensino I. Oliveira, Davidson. II. Pereira, Ana Paula. III. Título IV. Série.

20-53706

CDD-510.7

Índices para catálogo sistemático:

1. Matemática: Estudo e ensino 510.7

Aline Grazielle Benitez - Bibliotecária - CRB-1/3129

Todos os direitos reservados. Nenhuma parte desta obra poderá ser reproduzida sejam quais forem os meios empregados sem a permissão da Editora.

Aos infratores aplicam-se as sanções previstas nos artigos 102, 104, 106 e 107 da Lei Nº 9.610, de 19 de fevereiro de 1998



Editora Livraria da Física
www.livrariadafisica.com.br

PREFÁCIO

Neste ano comemoramos 20 anos da coleção História da Matemática para Professores! Foi durante o IV Seminário Nacional de História da Matemática (SNHM), ocorrido na cidade de Natal, no ano de 2001, que foram publicados os primeiros títulos da coleção. A partir daí a Sociedade Brasileira de História da Matemática (SBHMat) considerou relevante para a produção de conhecimentos acerca das aproximações entre história da matemática, história da Educação Matemática e o ensino fossem elementos constitutivos dos minicursos dos seminários, gerando tal coleção.

Para a realização do XIV SNHM, o qual ocorrerá pela primeira vez de modo on line, totalmente a distância, devido a pandemia provocada pelo novo Coronavírus (COVID-19), foram selecionados 10 títulos envolvendo temáticas que contribuem para a formação de docentes da Educação Básica e do Ensino superior que estão presentes no currículo.

Mesmo à distância, cada um na segurança de seu lar, o XIV SNHM irá promover todas as atividades que aconteceriam de modo presencial, inclusive as oficinas de minicursos. Os(As) autores(as) adaptaram seus conteúdos para que pudessem ser realizados nesse formato, mantendo a qualidade da produção de conhecimentos, peculiar à coleção.

Comemorar os 20 anos da Coleção História da Matemática para professores, em um formato diferente, à distância, nos mostra como os(as) professores(as) são profissionais

especiais em nossa sociedade e estão sempre à procura de novos saberes, novas competências e habilidades, mesmo em tempos de pandemia.

O diretor da escola era um personagem muito forte. Se realmente quiséssemos algo, ela fazia acontecer. Sua mentalidade era muito positiva e otimista - “você pode fazer isso, mesmo que você seja o primeiro.” Acho que isso influenciou bastante minha vida.

Maryam Mirzakhani

(Disponível em <https://mathshistory.st-andrews.ac.uk/Biographies/Mirzakhani/>)

Cristiane Coppe e Mônica Siqueira
(Organizadoras)

SUMÁRIO

APRESENTAÇÃO	9
FORMAÇÃO DO MUNDO ISLÂMICO	17
1.1 A transformações sociais nas tribos da Península Arábica...	20
1.2 Os sucessores de Maomé e as conquistas territoriais	26
1.3 Muda a população e se cria nova estrutura administrativa	31
1.4 Os califas Abássidas.....	33
MATEMÁTICA ISLÂMICA MEDIEVAL	39
2.1 Os primeiros tempos de aprendizado	41
2.2 A sociedade islâmica e a matemática	51
2.2.1 Matemática para as profissões	52
2.2.2 Problemas surgidos por demanda da sociedade islâmica	53
2.2.3 Islã e matemática por oito séculos em um vasto território.....	54
APRESENTANDO ALGUNS NOMES E ALGUMAS OBRAS.....	61
3.1 Al-Khwarizmi e o Tratado Aritmético	61
3.2. Al-Kashi e o tratado da circunferência.....	69
CONCLUSÃO.....	79
REFERÊNCIAS	83
OS AUTORES.....	85



APRESENTAÇÃO

Há até poucos anos atrás no Brasil as opções de livro-texto em História da Matemática em Língua Portuguesa eram bem limitadas. Há dez anos, por exemplo, nas bibliotecas universitárias brasileiras, ou mesmo nas livrarias predominavam as traduções dos autores Carl B. Boyer (1906-1976) e Howard Eves (1911-2004) sendo que outros autores europeus apareciam muito raramente.

Sendo a História da Matemática um campo vastíssimo que comporta uma infinidade de enfoques, a falta de diversidade bibliográfica é um obstáculo a ser vencida. Ao falarmos de multiplicidade de fontes para leitura, temos em vista tanto o enfoque historiográfico quanto a ênfase que se dá ou não a períodos ou regiões em que a matemática experimentou um florescimento.

Somado a isso podemos citar o problema da ausência de relato sobre algumas civilizações como por exemplo, o islã medieval. Na verdade, podemos dizer que de modo geral, os livros de História da Matemática tradicionais não se afastam muito da estrutura como a do Quadro 1 a seguir.

Quadro 1: Estruturas dos conteúdos nos Livros de História da Matemática



Fonte: Elaborado pelos autores

Morey (2017) levanta a possibilidade de a falta de documentos ter sido um fator fundamental para que a Idade Média Islâmica tenha sido pouco historiada. Sendo assim, este livro é um trabalho em Língua Portuguesa que se destina a professores e pesquisadores que iniciam as suas primeiras pesquisas e estudos sobre a Matemática no Islã Medieval. Este material foi escrito como uma contribuição a área de pesquisa em História da Matemática em âmbito nacional. Propositamente não seguimos a vertente historiográfica atualizada e apresentamos um primeiro capítulo com uma linha do tempo desde o contexto da península Arábica pré-islâmica até a conquista de Bagdá pelos mongóis.

Alguns esclarecimentos são relevantes antes de iniciar a leitura. O primeiro deles é que utilizaremos os nomes das cidades e países do modo como são atualmente. Com exceção de Medina que inicialmente utilizamos Iatreb, o nome inicial,

já que o nome atual tem um motivo estritamente ligado ao islamismo.

Outro ponto de destaque é quanto às datas que o leitor certamente encontrará em outros trabalhos. Ao falarmos que estamos no século XXI levamos em conta o calendário cristão que considera o nascimento de Jesus Cristo como o marco zero. Já para o islamismo os anos são contados a partir do ano da fuga de Maomé para Medina (Hégira), ou seja, o ano de 622 d. C. Usualmente utilizamos d.C. para representar datas depois de Cristo no calendário cristão, para o calendário islâmico o leitor encontrará A.H. que significa Ano da Hégira. Alguns autores utilizam as duas datas simultaneamente em seus trabalhos.

O leitor deve estar atento ainda que o ano no calendário muçulmano, por ser um calendário lunar, tem 354 dias, portanto, é 11 dias menor do que o cristão. Assim, a diferença entre as datas não se mantém fixa em 622 anos. Por exemplo, a data de 3 de outubro de 2020 corresponde a 15 do mês Safar do ano 1442, ou seja, 578 anos de diferença.

Mais uma observação relativa a datas é que em trabalhos historiográficos usualmente se escreve a data de nascimento e falecimento da pessoa na primeira vez que a mencionamos no trabalho. No entanto, alguns pesquisadores apresentam os califas indicando o início e o fim de seu reinado. Assim, podemos ver que al-Mansur governou de 754 a 775 da era cristã ou do ano 136 a 158 do calendário muçulmano. Então podemos introduzir al-Mansur indicando (r. 754/136-775/158).

Além desta apresentação este livro traz mais três capítulos.

O primeiro capítulo se concentra no aspecto político da formação do mundo islâmico. Consideramos que é relevante

discorrer sobre como se tornou possível que um povo nômade, de organização tribal, habitantes de um deserto, passou por transformações que o levaram em dois séculos estar no poder e no centro de uma cultura que cultivava as artes e as ciências. No decorrer do relato falaremos da união das tribos árabes sob o islã, sobre a expansão do mundo islâmico por guerras de conquistas fora da Península Arábica, a criação de uma estrutura de estado pelos califas Omíadas (661-750), a Casa da Sabedoria e o esplendor do califado sob os Abássidas nos primeiros dois séculos, a perda paulatina de poder dos Abássidas, os Buyidas em 945 e os Seljúcidas em 1055 que tomaram o poder dos califas, a invasão mongol que destruiu Bagdá em 1258, outros centros de estudos no mundo islâmico, e sobre Ulugh Beg e Observatório de Samarkanda.

O segundo capítulo é também um relato, mas focado nas condições que possibilitaram o desenvolvimento do saber, das ciências e das artes. Ali nossas indagações são sobre quem foram os primeiros estudiosos, que livros liam, de onde traziam, quais línguas eram faladas no meio científico. De certo ponto de vista este é o mais importante dos três capítulos devido à raridade do conteúdo abordado. Se o conteúdo do primeiro capítulo pode ser encontrado em livros de história geral e o conteúdo do terceiro pode ser encontrado em livros de história da matemática, a temática discutida no segundo capítulo é muito mais difícil de ser encontrada. Além do mais, o segundo capítulo permite um vislumbre da matemática islâmica medieval não como produto, como resultado, mas sim como processo.

No terceiro capítulo queríamos apresentar aos leitores algumas obras fundamentais e seus respectivos autores. Pena

que o “algumas” se transformaram em apenas “duas”. Se serve de atenuante, as duas obras e seus respectivos autores são por demais representativos do período em pauta. Estamos falando de al-Khwarizmi e o seu *Tratado Aritmético* e de al-Kashi com o seu *Tratado sobre a circunferência*. As duas obras estão sendo por nós traduzidas o que nos permite apresentar ao leitor parte do próprio texto.

Cabe nesta introdução uma observação que pode ajudar o leitor a se acostumar mais rapidamente com os nomes árabes. O jeito de fazer isto é analisar o nome completo dado em árabe e procurar o seu significado de acordo com a regra para nomes árabes. Nisto recorremos a Berggren que explica:

uma criança de uma família muçulmana recebe um nome (chamado em árabe de *ism*) como, por exemplo, Muhammad, Husain, Thabit, etc. Depois desse vem a expressão “filho de fulano de tal” e a criança será conhecida como Thabit ibn Qurra (filho de Qurra) ou Muhammad ibn Husain (filho de Husain). A genealogia pode ser composta, como por exemplo, Ibraim ibn Sinan ibn Thabit ibn Qurra, remetendo-se até o avô. Mais tarde, ao se tornar pai, recebe um nome que indica a paternidade (*kunya* em árabe) tal como Abu Abdullah (o pai de Abdullah). A seguir vem o nome que indica a tribo ou o lugar de origem (em árabe, *nisba*) tal como al-Harrani, “o homem de Harran”. No final do nome pode vir uma caracterização (*laqad* em árabe) que pode ser um apelido “olhos saltados” (al-Djahiz) ou “o fazedor de tendas” al-Khayyami ou um título como “o ortodoxo” (al-Rashid) ou “o derramador de sangue” (al-Saffah). (BERGGREN, 1986, p. 25-26)

Vejam, por exemplo, Abu'l-Hasan Thabit ibn Qurra ibn Marwan al-Harrani. A pessoa a que nos referimos se chama Thabit. Thabit é pai de Hasan, é filho Qurra, é neto de Marwan e é procedente de Kharran.

Outra questão importante para quem se inicia nos estudos islâmicos é a compreensão precisa dos termos árabe, muçulmano e islâmico que relacionados entre si, porém, não são intercambiáveis. Para ajudar no esclarecimento desses termos vamos inserir aqui um trecho do trabalho dissertativo de Marlene Gorete de Araújo defendida na UFRN em 2019. O texto se encontra no Produto Educacional que acompanha a dissertação.

ÁRABES, ISLÂMICOS E MUÇULMANOS

Nos últimos anos, os noticiários frequentemente se referem a conflitos que se passam em terras distantes e falam de lugares como Israel, Palestina, Iraque, Síria, e outros mais que não nos são familiares. Além disso, os termos árabe, muçulmano ou islâmico costumam permear os assuntos atuais. Você sabe o significado destes termos? Há diferença entre eles? Vamos conversar um pouco sobre isso.

No século VI d.C. a Península Arábica tinha pouquíssimas cidades e era povoada basicamente por tribos nômades que comerciavam e criavam rebanhos. Falavam dialetos de uma língua comum, a língua árabe. A estes e somente estes habitantes da Península Arábica (e seus decentes) pode ser aplicado o termo árabe. Sendo assim, dizer que um indivíduo é árabe é se referir à sua etnia. Mesmo que uma criança ainda pequena seja levada para a Suécia e seja criada falando sueco, ela continuará sendo árabe. Por outro lado, muitas pessoas falam árabe, o que não quer dizer que elas pertençam ao povo árabe.

No Egito, por exemplo, os habitantes falam o árabe, mas nem toda a população é árabe, isto é, nem todos têm suas origens na Península Arábica. Alguns podem ser, por exemplo, descendentes dos berberes que habitavam o norte da África. Alguns autores assumem a posição de reconhecer como árabe qualquer população de fala árabe; não é o nosso caso.

Vamos aos outros dois termos. No século VII d.C. surgiu na Península Arábica uma nova religião fundada por Maomé. Essa religião ficou conhecida como islã, que quer dizer submissão (à vontade de Alá). À medida que o islã se consolidava como religião também se consolidava como sistema político e social, levando a criar uma sociedade na qual a crença religiosa, o sistema de governo, o sistema jurídico, a moral, os costumes, tudo era permeada pela religião islâmica. Se pode falar então de sociedade islâmica, leis islâmicas, crença islâmica. O primeiro estado desse tipo criado se chamou Califado, por ser governado por um califa, termo que significa sucessor (de Maomé).

Mas não é só isso. Nem todos os povos ou grupos humanos que viviam no califado seguiam a religião oficial, ou seja, nem todos eram muçulmanos, pois, ali viviam cristão, judeus, zoroastristas e seguidores de outras religiões. Muçulmano é um termo específico relacionado à crença religiosa. Muçulmano é aquele que segue a crença fundada por Maomé. Já o termo islâmico pode ter conotação religiosa ou não. De modo geral, é usado para indicar relação com a sociedade e as leis islâmicas.

Sendo assim, os termos muçulmano e islâmico podem ou não ser tomados como sinônimo; depende da situação.

Os turcos, os iranianos e os afegãos são povos de maioria muçulmana, mas não árabes. O país que possui a maior população muçulmana do mundo é a Indonésia, que também não é árabe. Na Europa, há diversos povos muçulmanos, como é o caso dos Albaneses, dos Bósnios, dos Chechenos. No Líbano e na Síria, apesar de serem países de maioria islâmica, os dois países possuem uma expressiva parcela de sua população que é adepta do cristianismo. Ou seja, nesses países existem muitos árabes e não árabes que não são muçulmanos, já que não seguem o islamismo.

3. Para nos situarmos melhor quanto a esse contexto, vamos a um exemplo mais próximo da nossa realidade:

O Estado do Rio Grande do Norte possui um dos menores índices de povos indígenas do Brasil. Há, na cidade de Canguaretama/RN, uma comunidade indígena chamada Catu. Essa comunidade possui costumes peculiares, em que buscam manter ou reviver costumes e práticas dos seus ancestrais indígenas, através, por exemplo, da língua tupi, pinturas corporais, esportes indígenas, expressões da religiosidade como o ritual do Toré, entre outros.

Suponha que uma criança nasça nessa comunidade, e por algum motivo, seja levada embora da comunidade. Desse modo, por mais que não viva legitimamente como um Catu, ela jamais deixará de ser Catu, uma vez que possui o sangue desse povo indígena correndo nas veias.

É nesse sentido que podemos falar em árabes muçulmanos e não muçulmanos do mesmo modo que podemos falar em muçulmanos árabes e muçulmano não árabe. Como Silverstein (2010, p.10, tradução nossa) explica a perda de poder pela dinastia Omíada:

Árabes muçulmanos, não árabes muçulmanos, árabes não muçulmanos, e não árabes não muçulmanos todos tinham suas causas para serem contrários aos califas em Damasco. Em 750 eles foram derrubados pelo que foi basicamente uma revolta Xiita do oriente que trouxe a Dinastia Abássida ao trono.

Silverstein, portanto, ao falar de árabe não muçulmano se refere a um indivíduo nascido (ou descendente) da Península Arábica e que não segue o islamismo, pode ser ele cristão, judeu ou pagão. Um não árabe muçulmano é um indivíduo que não tem origens na Arábia, mas que se converteu ao islamismo.

Veremos com mais frequência esses termos a partir da agora pois apresentaremos de modo sucinto, uma linha histórica sobre a formação do mundo Islâmico.

FORMAÇÃO DO MUNDO ISLÂMICO

A civilização do Islã surgiu de uma revelação religiosa no início do século VII que para os muçulmanos formou seu núcleo de crença sobre Deus, sua criação do universo, a relação do indivíduo com o ser supremo e o mundo criado, e as obrigações pessoais e sociais de cada pessoa. (RAJEP, 2013, p.27)

A citação de Rajep (2013) que tomamos aqui como uma epígrafe é a menção do surgimento do Islã mais sucinta que encontramos até hoje. No entanto, pensando que parte dos leitores deste livro estão se inteirando do assunto pela primeira vez, convém sermos mais detalhistas. Localizando o leitor geograficamente, a Península Arábica fica no sudoeste da Ásia e limitada ao norte pela África.

Figura 2: Península Arábica nos dias de hoje



Fonte: Acervo dos autores. Direitos adquiridos de Depositphotos

Na figura 2 o leitor poderá ver a Península Árábica e os países que a constituem: a Arábia Saudita, o Bahrein, o Catar, os Emirados Árabes Unidos, o Iêmen, o Omã, o Kuwait e partes de Jordânia e Iraque.

No século VII a Arábia não tinha a divisão política apresentada no mapa da figura 2. Na verdade era habitada por pastores nômades que se organizavam em tribos. Havia, portanto, poucas cidades e o camelo era essencial para transporte pela natureza desértica da região. A língua também não era unificada, os povos falavam dialetos do árabe e o Iêmen, segundo Hourani (2006) tinha sua própria língua que diferia do árabe.

Às vésperas do surgimento do Islã, ou seja, no início do século VII da era cristã, a região nos arredores da Península Arábica era dominada ao norte por duas grandes forças, o Império Persa e o Império Romano do Oriente (ou Império Bizantino) que estavam em constante guerras entre si. Portanto, nesta época o Oriente Médio era dividido, principalmente, em duas religiões monoteístas, o Cristianismo (por parte do Império Bizantino) e o Zoroastrismo (por parte da Pérsia). Existia outra religião monoteísta, o judaísmo, mas não como força militar.

Caracterizando o modo de vida dos habitantes da Península Arábica, Lapidus (2002) diz que por ser esta constituída principalmente por desertos, era habitada por pequenas comunidades que utilizavam muito o camelo; se organizavam em caravanas e saíam pelo deserto em busca de pastagens. Se instalavam próximos a cidades para a troca de mercadorias como grãos, frutas, utensílios, armas e tecidos trocados por produtos de origem animal.

É nesse contexto que nasce o profeta Maomé em torno do ano 570 d.C. no clã Banu Hashim que já não era muito influente. Em 613 ele começa a pregar em Meca para seus primeiros seguidores que eram pobres, pessoas de clãs fracos, imigrantes ou indivíduos de clãs fortes, mas que eram irrelevantes dentro deles.

Maomé propunha igualdade entre a população e trazia uma mensagem que era a de unidade de todos os árabes sob a crença de um deus único, Alá. A pregação de uma fé monoteísta é vista como uma ameaça pelos chefes da cidade que eram politeístas. Eles tinham receios de perder o poder caso Maomé adquirisse mais e mais seguidores. Maomé, então, decide sair

de Meca e vai para Iatreb (mais tarde, Medina), juntamente com uma centena de seguidores em 622.

Assim, em Medina Maomé a princípio quis incluir os judeus em sua comunidade nascente. Práticas religiosas como o equivalente ao Dia da Expição judaica e Jerusalém, como a direção da oração, seriam um apelo aos judeus. Os clãs judeus, no entanto, rejeitaram a pretensão de Maomé de ser um profeta na tradição hebraica. Eles contestaram seus relatos sobre a história sagrada. No decorrer desta luta, novas revelações denunciaram os judeus de terem quebrado seu pacto. Eles declararam que Abraão foi o profeta por excelência, o construtor do Caaba, e o pai dos árabes. O Alcorão agora enfatizou que Maomé foi enviado para restaurar o monoteísmo puro de Abraão. Por fim Maomé decidiu não mais judeus e cristãos em sua comunidade, mas seria uma religião distinta que substituiria o judaísmo e o cristianismo. Para cumprir sua missão, Maomé exilou dois dos clãs judeus, executou os membros masculinos de um terceiro, e confiscou seus bens para seus seguidores. Ao conquistar os pagãos medinianos e destruir seus oponentes, incluindo os clãs judeus, Maomé fez de todos os medinianos uma comunidade muçulmana sob seu domínio.

1.1 A TRANSFORMAÇÕES SOCIAIS NAS TRIBOS DA PENÍNSULA ARÁBICA

Nos anos seguintes, Maomé trabalhou para criar uma comunidade baseada em crenças religiosas, cerimônias, ética e leis compartilhadas - uma comunidade que transcenderia a estrutura social tradicional baseada em famílias, clãs e tribos e uniria grupos díspares em uma nova sociedade árabe. Este trabalho prosseguiu em vários níveis. Primeiro, o Alcorão

estabeleceu os rituais do Islã. Estes incluem os cinco pilares da fé: oração ritual; esmola; peregrinação a Meca; o jejum do Ramadã; e a obrigação de dar testemunho da unidade de Deus e da profecia de Maomé. Os cinco pilares foram derivados de precedentes árabes, cristãos e judeus e eram rituais públicos que, quando realizados coletivamente, reforçavam a consciência coletiva da comunidade muçulmana e a consciência de seus membros de um destino especial. Os irmãos na religião compartilhavam esmolas, assim como os irmãos do clã compartilhavam seu sustento. A oração, o jejum e o testemunho de homens humildes diante de Deus os abriram à sua vontade. A peregrinação foi derivada de um antigo rito árabe. A esmola era um símbolo da renúncia da ganância egoísta e da aceitação da responsabilidade por todos os membros da comunidade de fé.

O Alcorão também definiu as normas sociais da nova comunidade. Seus ensinamentos sobre o direito de família foram o cerne de uma revolução social e metafísica. Na sociedade pré-islâmica árabe, a unidade básica da família era o clã patriarcal agnático, um grupo de pessoas descendentes diretamente na linha masculina de um antepassado comum e sob a autoridade do mais velho homem ou membro chefe da família. Esta era uma família extensa de várias gerações, e vários grupos de casais e seus descendentes, com colaterais e clientes, eram todos considerados parte de uma família. O status, os deveres e os direitos provinham inteiramente do clã. A propriedade era regulada pelos costumes do grupo. Os casamentos eram organizados pelos chefes das famílias com vistas aos interesses das famílias e não aos desejos do casal de se casar. As mulheres eram de status inferior e não eram membros plenos do grupo.

Um bom casamento trazia honra ao clã; se seus membros femininos fossem violados, o clã seria desonrado. O grupo era responsável por defender os outros membros e fazer a restituição no caso de qualquer crime cometido por um membro.

No entanto, ao lado do clã agnático, várias formas de casamento de uma mulher com vários homens com graus de permanência e responsabilidade pela paternidade, incluindo os “casamentos” temporários, também eram conhecidos na Arábia. Os arranjos polígamos variavam de várias esposas em uma residência a arranjos nos quais um homem tinha várias esposas vivendo com suas próprias tribos que ele visitava em uma base rotativa. Nenhuma norma era universalmente aceita. Era cada vez mais difícil manter as pessoas nas obrigações ideais em relação à distribuição da propriedade, à proteção das mulheres ou à guarda dos filhos.

Nessas condições confusas, os ensinamentos do Alcorão tentaram fortalecer o clã patriarcal agnático. As regras do Alcorão contra o incesto foram cruciais para a viabilidade da vida em grupo, para a hereditariedade biológica e para a criação de laços matrimoniais entre as famílias. O divórcio, embora ainda relativamente fácil, foi desencorajado. Os casamentos poliândricos foram condenados porque prejudicavam a estabilidade patriarcal da família. Como a família descia através de seus herdeiros masculinos, o Alcorão forneceu regras para assegurar o conhecimento da paternidade. Por exemplo, em caso de divórcio, uma mulher só poderia se casar novamente depois de ter três períodos menstruais.

O ideal de família foi fortalecido por uma definição clara de seus deveres coletivos na questão importantíssima da responsabilidade por crimes. Como nos tempos pré-islâmicos,

todos os parentes masculinos eram considerados responsáveis pela proteção dos membros da família, mas os ensinamentos do Alcorão tentavam reduzir os efeitos devastadores das rixas de sangue que frequentemente resultavam desta obrigação. Eles insistiram que a parte prejudicada aceitasse uma compensação em dinheiro ao invés de sangue, e determinaram que se fosse insistido na retaliação do sangue, somente o próprio culpado poderia ser morto, ao invés de qualquer parente masculino. Esta modificação não pôs fim à lei da vingança de sangue ou às fortes responsabilidades comuns dos membros da família uns aos outros, mas, ao restringir as rixas, deu segurança às famílias, que não tinham mais que temer que a indiscrição de um membro acabasse por destruí-los a todos.

Além disso, no contexto da família patriarcal, o Alcorão proporcionou uma reforma moral e espiritual e introduziu uma nova liberdade e dignidade aos membros individuais da família. Em particular, ele reforçou o status das mulheres e das crianças, que não deviam mais ser consideradas meros bens móveis ou potenciais guerreiros, mas indivíduos com direitos e necessidades próprias. Em benefício da mulher, o casamento foi reconhecido como tendo importantes valores espirituais e religiosos. Era uma relação sancionada pela vontade de Alá. O Alcorão insistia no respeito por sua modéstia e privacidade, para que fossem tratadas como pessoas sensíveis. O Alcorão também concedeu às mulheres certos direitos específicos que elas não gozavam na Arábia pré-islâmica. Uma mulher podia agora manter propriedades em seu próprio nome, e não se esperava que contribuísse para o sustento da casa a partir de sua própria propriedade. Ela recebeu o direito de herdar até um quarto do patrimônio de seu marido e, no caso de divórcio,

reteve o presente nupcial acordado. Além disso, o Alcorão tentou proteger as mulheres contra divórcios apressados e deliberados, exortando à demora, reconciliação e mediação por parte das famílias. O período de espera após um divórcio também serviu para assegurar a uma mulher apoio provisório e de apoio a um futuro filho se ela estivesse grávida. Finalmente, pelo menos alguma possibilidade foi aberta para um divórcio por iniciativa da mulher.

No entanto, apesar da ênfase na segurança e status da mulher, o Alcorão não estabeleceu igualdade de direitos para homens e mulheres. Embora o espírito de seu ensino encorajasse a reciprocidade entre marido e mulher, e uma maior sensibilidade ao valor pessoal e moral dos indivíduos, as prerrogativas dos homens foram deixadas fundamentalmente intactas. O ideal do Alcorão e o exemplo de Maomé eram muito mais favoráveis às mulheres do que a prática árabe e muçulmana anterior.

Esta ideia de família estava no cerne da concepção muçulmana da pessoa individual e da Umma, a comunidade dos crentes. Os ideais familiares reforçavam o conceito de individualidade ao enfatizar a importância religiosa dos indivíduos como criaturas de Deus e não como meros objetos no sistema clã da sociedade, e ao enfatizar a responsabilidade do indivíduo pelas relações morais dentro da família. Este senso de individualidade foi essencial para uma verdadeira apreciação dos ensinamentos do Alcorão sobre a unicidade de Deus e a responsabilidade dos seres humanos perante ele no julgamento final. Somente um indivíduo ético que agisse a partir de escolhas interiores poderia compreender a transcendência e a unidade de Deus. Assim, os ensinamentos da família eram

essenciais à individualidade ética, que por sua vez era a base do discernimento religioso. Por outro lado, o discernimento religioso cultivava a responsabilidade ética, que por sua vez influenciava a organização e a conduta da vida familiar. Os ensinamentos do Alcorão, em contraste com a visão pagã, cultivavam um senso de totalidade do mundo, a unidade da sociedade e a integridade da pessoa como aspectos de uma única visão transcendente da realidade.

Além das leis familiares e da moral, o Alcorão tratava de muitos outros problemas comunitários. Foram estabelecidas normas para as transações comerciais - injunções para tratar com justiça, honrar contratos, dar testemunho verdadeiro, e não tomar o interesse do usuário. Essas normas eram frequentemente redigidas em termos éticos e não legais. Por exemplo, a proibição de usura não especificava uma taxa máxima de juros sobre empréstimos, mas ensinava que ninguém deveria explorar as pessoas necessitadas. Tais normas também foram dadas para a condução da guerra, o tratamento dos prisioneiros e a distribuição do saque. Havia proibições morais contra o jogo e o consumo de bebidas intoxicantes.

Este longo texto que aqui trouxemos acima tem o propósito de mostrar que o islã nasceu não apenas como uma religião, mas trouxe consigo uma transformação da sociedade árabe que a todos beneficiava. Lapidus (2002) afirma que:

A nova religião reafirmou a tradição moral árabe. Mas em uma sociedade que já não havia conseguido realizar seus próprios ideais, isto só poderia ser realizado através de novos conceitos de fraternidade e autoridade. O Islã deu às virtudes tradicionais e às instituições sociais um novo significado que poderia comandar a lealdade e suscitar a

participação. Ao dar aos conceitos antigos um novo significado, tornou possível uma nova sensibilidade religiosa e a integração de povos díspares em uma nova comunidade. Quando se olha para a sociedade árabe antes e depois de Maomé, o movimento externo era pequeno, mas a jornada interna era imensurável.

O que fez de Maomé uma figura tão rara na história, o que fez dele um profeta, foi sua capacidade de transmitir sua visão às pessoas ao seu redor, de modo que conceitos há muito conhecidos por todos tomaram o poder de transformar a vida de outras pessoas como eles haviam transformado a dele. Isto foi conseguido pela pregação direta sobre Deus, e também pela mudança da vida familiar e das instituições, e pela introdução de novas práticas rituais, costumes sociais e lealdades políticas. Muhammad foi um profeta que fez com que uma visão religiosa operasse no corpo de toda uma sociedade. (LAPIDUS, 2002, p. 30, tradução nossa)

No final de sua vida, Maomé havia criado, pela primeira vez em séculos, uma grande federação árabe de oásis e tribos, e havia fornecido uma solução para a anarquia destrutiva da vida árabe. Maomé morre em 632 d. C e deixa a parte ocidental da Península Arábica unificada pelo Islã.

1.2 OS SUCESSORES DE MAOMÉ E AS CONQUISTAS TERRITORIAIS

No entanto, a morte do profeta acarreta uma crise entre os muçulmanos, pois não estava claro quem seria o sucessor de Maomé. Os líderes se reúnem e decidem eleger um sucessor. A palavra árabe para sucesso é *califa*. Os quatro primeiros

califas foram eleitos no conselho de líderes. Este período, o dos califas eleitos ou ortodoxos ou bem guiados, é também conhecido, pelo nome de Rashidum. Foram quatro os califas deste período, ou seja, de 632 até 660.

Estamos chamando de Primeiro Califado a este que se iniciou com os califas eleitos (632-660), continuou com a dinastia dos Omíadas se (661-750) e continuou com a dinastia do Abássidas (750 - 1258). Cada período estabeleceu sua cidade-capital, conforme pode ser visto no quadro 2.

Quadro 2: Três Períodos do Primeiro Califado

	Rashidun ou Califas Ortodoxos	
632 a 660 d. C.		Capital: Medina, na Península Arábica
	Dinastia dos Omíadas	
661 a 750 d. C.		Capital: Damasco, na Síria
	Dinastia dos Abássidas	
750 a 1258 d. C.		Capital: Bagdá, na Mesopotâmia

Fonte: Elaborado pelos autores

Maomé ao morrer deixou apenas o oeste da Península islamizada (ver mapa da figura 3). Os primeiros califas conquistaram o restante da Península, sediaram a capital em Medina e viraram a sua atenção para as terras à leste e a oeste bem mais férteis e ricas que as da Península. A força dos beduínos, acostumados ao deserto, foi decisiva nas guerras de conquistas. Muito rapidamente conquistaram um vasto território: em 636 Damasco, em 638 Jerusalém, em 641 Norte da Síria, em 643 Tripoli, em 644 Irã e Azerbaijão.

Lapidus (2002) diz que as conquistas árabes são em geral entendidas como tendo sido motivadas por um desejo de saque ou uma paixão religiosa para subjugar e converter o mundo ao islamismo. Quaisquer que sejam os motivos envolvidos, eles foram em parte o resultado de uma política deliberada do Estado e em parte acidentais pelos seguintes motivos.

Com a morte de Maomé em 632, todo o trabalho de sua vida foi ameaçado. Na ausência de um acordo em relação a um sucessor, a comunidade muçulmana, um conglomerado de diversos elementos, ameaçou se desfazer. Abu Bakr, um dos associados mais próximos de Maomé, foi eleito califa. Ele foi um sucessor do Profeta, mas não era ele mesmo um profeta. Ele era antes um shaykh ou chefe, que liderou a coletividade, arbitrou disputas e seguiu os precedentes estabelecidos por Maomé. Selecionado por uma minoria sem competência especial, Abu Bakr teve sua indicação ratificada no dia seguinte pela comunidade como um todo.

Tendo preservado sua existência, a comunidade muçulmana afirmou sua autoridade no resto da Arábia. O novo califa guerreou contra tribos recalcitrantes, forçou-as à sujeição e expandiu a esfera do poder muçulmano para além do que havia sido no tempo de Maomé.

uma guerra em grande escala contra dois impérios, o Persa e o Bizantino.

Em uma década, os árabes haviam capturado a Síria e o Egito, mas o império bizantino manteve suas províncias mais ricas e populosas, a Anatólia e os Bálcãs. A sobrevivência da Bizâncio deixou os árabes com uma fronteira contestada e perigosa e uma barreira permanente para sua expansão.

Figura 4. Mapa das conquistas árabes muçulmanas desde Maomé



The expansion of Islam in the Middle Ages

Fonte: Foto de Autor Desconhecido licenciado em CC BY-SA-NC.
Disponível em <https://brewminate.com/mohammed-arab-conquests-islamic-conquests-and-civil-war-in-the-early-middle-ages/> acesso em 4/10/2020

O império sassanida foi totalmente destruído. Os árabes derrotaram os persas em 637; todo o Iraque caiu em mãos árabes. Levou décadas para subjugar todos os principados quase independentes que tinham integrado o império sassanida, que ofereciam resistência em áreas remotas e inacessíveis. Por volta de 644 todo o Irã estava sob domínio árabe. Azerbaijão, a oeste do Mar Cáspio, foi capturado mais ou menos na mesma época. A conquista de Pars foi lenta e completou-se em 649. Somente

então começou a conquista de mais regiões periféricas, como Armênia e Khurasan. O Khurasan foi conquistado em 654. Alguns desses lugares estão marcados no mapa da figura 4.

No entanto, o período dos califas eleitos terminou e com ele a primeira onda de conquistas. Em 660 o poder passou para a família dos Omíadas que iniciou uma dinastia que, por sua vez, iniciou uma nova onda de conquistas.

Com isto, o norte da África foi conquistado entre 643 e 711; a Espanha foi absorvida pelos árabes entre 711 e 759. Os árabes atacaram a Anatólia, mas fracassaram em capturar Constantinopla. As capitais da Transoxânia, Bukhara e Samarkanda, caíram em 712 e 713 completando a conquista de todo o Oriente Médio.

Com a derrota dos impérios bizantino e sassanida, uma fronteira entre as populações se rompeu, levando a um movimento maciço de povos da Arábia para as terras do Oriente Médio.

1.3 MUDA A POPULAÇÃO E SE CRIA NOVA ESTRUTURA ADMINISTRATIVA

Os Omíadas assumem o poder com Mu'āwiyah ibn Abī Sufyān que, enquanto governador da Síria, transferiu também a capital do império árabe para Damasco. A nova localização da capital facilitava o comércio e o controle sobre as novas áreas conquistadas. É o período com as maiores conquistas territoriais sendo um dos maiores Impérios que já existiram, justamente o que marca esse período são as conquistas.

Ao mesmo tempo, a colonização também ajudou a quebrar as barreiras entre as populações árabes e não-árabes. Como capital e centro comercial, Basra atraiu colonos não-árabes. Os

soldados e administradores do antigo regime vieram em busca de sua fortuna com o novo. Os regimentos iranianos foram alistados em massa. Os governadores árabes tropas do leste voltaram para servir como policiais e guarda-costas. Escrivães, cobradores de impostos, administradores de propriedades e até chefes de aldeia e proprietários de terras se reuniram ao centro do governo. Além disso, tanto os comerciantes de comércio lucrativo de longa distância quanto os trabalhadores humildes, incluindo os banhistas, tecelões e fiadores, migraram para a nova cidade. Escravos – capturados e comprados – trabalhadores itinerantes da construção civil e camponeses fugitivos e trabalhadores migrantes, em busca de emprego e alívio da dureza do campo, inundaram a nova cidade. Esta população não-árabe era extremamente diversificada. Os elementos mais importantes eram Iranianos e Arameanos, o povo do Iraque. A maioria deles era originalmente cristãos nestorianos. Muitos eram judeus. Indianos, malaio, ciganos, africanos e turcos também vieram em pequenos números de áreas remotas.

Desse período que compreende o governo dos califas eleitos e dos califas da dinastia Omíada, dois pontos são de particular importância para a compreensão do processo de formação do mundo islâmico. Sabemos que os árabes em sua Península de origem eram em sua maioria tribos nômades que foram depois unificados sob a crença no Islã. Quando eles saíram da Península e se tornaram conquistadores de enorme território e duas coisas aconteceram:

- 1) A estrutura original de clãs e tribos não satisfazia às exigências de administração dos territórios conquistados e foi necessário que se criasse uma estrutura de estado centralizado, até então inexistente.

- 2) Houve uma quebra de barreiras entre as regiões conquistadas e a migração de povos foi intensa. Aos poucos, pessoas das mais distintas origens vão fazendo parte não apenas da população, mas também dos exércitos e da administração do estado. A partir de então a sociedade, assim como os exércitos e as demais instituições se caracterizam como islâmicos e não mais como árabes.

1.4 OS CALIFAS ABÁSSIDAS

A dinastia dos Abássidas assume o poder em 750 d.C. e uma das primeiras atitudes é a construção de uma cidade para ser a capital do Império. Em 762 d.C. em uma região bem localizada comercialmente, em uma das áreas mais férteis do Iraque e próxima aos principais rios da região, Tigre e Eufrates, os Abássidas fundam Bagdá. A cidade se torna importante e sua população no séc. IX tinha entre 300 e 500 mil habitantes, a maior cidade do mundo fora da China.

Se os Omíadas perderam o poder pelo modo como a sociedade era organizada dando mais importância aos árabes, os Abássidas decidiram fazer diferente; todo muçulmano passava a ser receber igual tratamento. Assim, o império não pertencia mais aos árabes, mas aos muçulmanos, estabelecendo um novo sistema de governo.

Não se preocupavam em conquistar mais territórios, mas em fortalecer o que já existia. Preocupam-se com conquistas intelectuais e culturais. Os exércitos não avançavam, se estabeleciam nas fronteiras para proteger o império. Como é praticamente impossível evitar conflitos e revoltas podemos mencionar algumas rebeliões que ocorreram incentivadas pelos Xiitas que foram aliados dos Abássidas para tomar o poder dos

Omíadas e acreditavam que um herdeiro de Ali seria o novo Califa. As principais revoltas ocorreram em Bassora, Kufa, Meca e Medina entre 813 e 816.

As revoltas causam perda de território, por exemplo, no século X o norte da África é conquistado por um grupo de muçulmanos xiitas, os Fatimidas. Eles se julgam descendentes de Fatima, uma das filhas do profeta Maomé, e não aceitam os Abássidas que são sunitas. Segundo Hourani (2006) eles tinham uma linha de poder parecida com os Abássidas e fundaram uma capital próxima ao rio Nilo, e a cidade, o Cairo era símbolo de poder e independência.

Ainda assim com a perda de território a política abássida era de recrutar pessoas notáveis independente da etnia o que era importante para ter um governo centralizado. Isso permitia que todos se sentissem parte do império e evitava conflitos que poderiam enfraquecê-lo. Seguindo esse interesse científico e cultural eles traduziram clássicos da literatura persa e iraniana e trabalhos da Índia além de traduções de importantes obras gregas, incluindo tratados de geometria e astronomia.

Nesse mesmo espírito, sob o califado dos Abássidas é estabelecida, a Bayt al-Hikma (Casa da Sabedoria) em Bagdá que continha, também, um observatório astronômico. Aqui trabalhos gregos, da Índia e de diversas outras civilizações foram traduzidos para o árabe, isto inclui Platão, Aristóteles, Ptolomeu. Sobre quem construiu a Casa da Sabedoria de Bagdá, Algeriani e Mohadi (2017) discutem que não há um consenso entre os historiadores que dividem as opiniões em três possíveis fundadores: Abu Jafar al-Mansur (754 – 775 d.C.), Harun al-Rashid (786 - 809) ou Al-Mamun (813- 833).

Não entraremos no mérito desta questão, mas ressaltamos o fato de que foi o primeiro centro de estudos científicos que atraía cientistas, tradutores e interessados em pesquisa, podendo ser considerada a primeira universidade islâmica. Ainda segundo Algeriani e Mohadi (2017) a Casa da Sabedoria de Bagdá serviu de exemplo a outros Califas e outras famílias ricas que tinham interesse em ciência e conhecimento e inspirou a construção de outras bibliotecas como a Casa da Sabedoria de Aghlabids em Rakkada, Casa da Sabedoria de Andalusia e Casa da Sabedoria do Cairo. A casa da Sabedoria de Bagdá pode ter influenciado inclusive o surgimento de um dos maiores mercados de livros em Córdoba. De acordo com Algeriani e Mohadi (2017, p. 185, tradução nossa) “é provável que sem as bibliotecas islâmicas o progresso científico e intelectual da Europa tivesse sido totalmente inibido”.

Apesar disso o califado não era forte politicamente e acaba perdendo território e se subdividindo. Por exemplo, o Egito se torna independente no final do século IX. A própria capital do império Abássida, Bagdá, é tomada em 945 pelos Buyidas, uma dinastia iraniana xiita. No entanto, o califa permanece como uma figura importante, mas sem poderes políticos. Já em 1055 é a vez dos Seljúcidas, um clã turco sunita que expulsou os buyidas e assumiu o controle da cidade, novamente deixando o califa Abássida como figura representativa.

Os seljúcidas permanecem no poder até que, em 1258, a cidade de Bagdá é destruída e tomada pelos mongóis. Os mongóis foi uma força poderosa que temporariamente mudou a face da Ásia e Europa.

Vale a pena o leitor dar uma olhada em outras fontes sobre esse povo guerreiro que dominou grande parte da Ásia, e parte

da Europa que sob a liderança de Gêngis Khan só deixava destruição por onde passava. Em 1260 o império mongol¹ estava dividido em quatro grandes regiões e foi perdendo seu poder.

Em finais do século XIV surge na Ásia de uma tribo mongol um conquistador que se dizia descendente de Gêngis Khan. Era Timur ou Tamerlão (1370 – 1405), nascido numa região perto de Samarkanda. Timur consegue uma reunificação de territórios mongóis e forma o Império Timurida. Como Gêngis Khan, Timur era devastador em suas conquistas, no entanto, incentivava a reconstrução de algumas cidades que estavam devastadas. A capital do império Timurida foi estabelecida em Samarkanda, situada no atual Uzbequistão.

Estes eventos têm importância destacada na História da Matemática Islâmica Medieval, pois, um dos netos de Timur, Ulugh Beg (1394-1449) se torna governador de Samarkanda em 1409 e faz dela um centro de cultura e saber, um dos últimos e mais importantes do islã medieval.

Durante sete séculos, os habitantes do território onde se estabeleceu o mundo islâmico medieval testemunharam guerras civis, guerras de conquistas a outros povos, guerras nas quais eles mesmos foram os conquistados. Apesar disso podemos observar que a produção do saber, teve grande impulso na dinastia dos Abássidas, mas não se restringiu a isso. Por todo o mundo islâmico, no decorrer dos séculos floresceram centros diversos onde se estudava ciências tais como Ótica, Medicina, Filosofia, Astronomia, Astrologia, Álgebra, Aritmética. No

1 Os mongóis assolaram um vasto território e afetaram a vida do império islâmico, mas não apenas desse. Para saber mais sobre os mongóis recomendamos a leitura do livro ROSSABI, Morris. *The Mongols: A Very Short Introduction* (Very Short Introductions). Oxford University Press. Edição do Kindle.

entanto, aqui neste livro vamos falar de apenas três delas, a Aritmética, a Álgebra e a Astronomia.



MATEMÁTICA ISLÂMICA MEDIEVAL

Tendo falado sobre a formação do mundo islâmico ainda que de maneira sucinta, é hora de nos acercarmos às questões relativas ao desenvolvimento pelos islâmicos das ciências e mais particularmente, da matemática.

Sabemos que os árabes no início do século VII habitavam a Península Arábica, falavam dialetos de uma língua comum, o árabe, se organizavam em tribos e eram basicamente pastores e comerciantes. Na verdade, como diz Berggren:

No início do século VII, o início da era muçulmana, os árabes não eram versados em aritmética e nem conheciam as tradições matemáticas de seus vizinhos. Dois séculos mais tarde, alguns de seus descendentes, juntamente com os povos que haviam convertido ou conquistado, tinham iniciado a apropriação da matemática antiga e lançado as bases de uma tradição matemática islâmica medieval (BERGGREN, 2013, p.62, tradução nossa).

Aguça a nossa curiosidade saber como foi possível tal transformação em tão pouco tempo, ou seja, como se deu o início do desenvolvimento do saber científico islâmico. Mas não é só isto.

Também nos interessa saber se a sociedade islâmica apresentava alguma característica particular que impulsionasse os estudos científicos.

Além disso, há as questões relacionadas com a ciência (matemática) propriamente dita. Por exemplo, quais eram as áreas de interesse? Em que áreas eles mais se destacaram? Quais as obras de maior peso? Quais as particularidades regionais se pode apontar na produção do saber?

Trazemos aqui um elegante e conciso trecho de Hogendijk e Sabra (2003) no prefácio do livro *The Enterprise of Science in Islam: new perspectives*:

Entre 800 e 1450 d.C., os centros mais importantes para o estudo do que hoje chamamos “as ciências exatas” estavam localizados no vasto mundo islâmico multinacional. As ciências denotadas por este nome incluíam as ciências matemáticas – aritmética, geometria e trigonometria, e suas aplicações em vários campos como astronomia, astrologia, geografia, cartografia e ótica, para mencionar apenas alguns dos exemplos mais proeminentes. Durante os séculos oitavo e nono, o grosso da ciência, medicina e filosofia gregas, e grande parte da ciência indiana e pré-islâmica persa, foram apropriados pela civilização islâmica através de um complexo processo de traduções de Pahlavi, sânscrito, grego e siríaco, no curso do qual o árabe tornou-se a língua de uma rica e ativa tradição científica e filosófica por muitos séculos. Nos séculos XI e XII, muitas obras científicas e versões árabes de textos científicos e filosóficos gregos foram traduzidas para o latim e, por sua vez, foram apropriadas para a cultura latina medieval. Estas traduções foram cruciais para a ascensão do “renascimento do século XII” na Europa e mais tarde desempenharam um papel importante no desenvolvimento das ciências exatas durante o renascimento do século XVI. No entanto, apenas uma pequena parte das realizações

islâmicas na ciência foi transmitida para a Europa medieval. Os esforços científicos no mundo islâmico, permanecem como um assunto importante a ser investigado em seu próprio direito como um aspecto distintivo da cultura islâmica. (HOGENDIJK, SABRA, 2003, p. xii, tradução nossa)

Infelizmente não podemos agir da mesma forma que Hogendijk e Sabra (2003) embora reconheçamos a beleza de um texto que expressa as ideias de modo tão conciso. Teremos que ir por partes, assim como fizemos no primeiro capítulo.

2.1 OS PRIMEIROS TEMPOS DE APRENDIZADO

Yushkiévitch (1961, p.172) aponta três estágios não estanques de transição no desenvolvimento da matemática nos países do Islã, estágios estes que se sobrepõem parcialmente um ao outro. Inicialmente, no período por vezes denominado “século das traduções”, procurou-se assimilar o patrimônio cultural, tanto grego quanto oriental, se bem que durante algum tempo os elementos gregos pareceram assumir o controle.

No século IX, com a criação de uma vasta literatura traduzida e comentários, uma cultura matemática peculiar já estava se desenvolvendo. Mesmo então, os conhecimentos e métodos dos antigos gregos já eram amplamente utilizados para a solução de problemas matemáticos computacionais. Esta tendência se intensifica ao longo dos séculos X-XI com o crescimento dos cálculos astronômicos e métodos aproximados de álgebra e trigonometria. Nos séculos XIII-XV a matemática islâmica está em seu apogeu.

Yushkiévitch (1961, p.172) diz que provavelmente, contatos com a matemática chinesa tenha contribuído para atingir este ápice. Diz também que o estudo profundo e longo de Euclides, Arquimedes e Ptolomeu foi de excepcional importância para a matemática no Oriente Próximo e Médio e determinou sua diferença específica em relação aos indianos e chineses.

A apropriação islâmica da filosofia natural helenística, das ciências e da matemática, da medicina e dos ensinamentos filosóficos foi um evento notável na história do aprendizado, o que provoca indagações sobre como se tornou possível que em tão poucas gerações o mundo islâmico alcançasse um tão alto grau de refinamento.

Vamos então desdobrar o primeiro estágio de transição mencionado acima, o da assimilação do saber grego e indiano; sobre o papel desempenhado pelos os califas, sobre quem foram os primeiros mestres e quais obras fundamentais foram as primeiras a ser traduzidas e estudadas.

Rajep (2013, p.34) ao falar sobre o rápido desenvolvimento do saber no Islã, chama atenção para o ambiente criado pela comunidade islâmica em um império sofisticado e multicultural sob os primeiros califas abássidas (final do século VIII), época em que o movimento de tradução começou. Estes califas, além de serem defensores da fé islâmica, frequentemente se viam como sucessores dos grandes reis persas pré-islâmicos e incentivavam a tradução para o árabe não só da ciência e filosofia helenísticas, mas também de uma quantidade substancial de obras científicas e literárias persas e indianas pré-islâmicas. Os intelectuais islâmicos ganharam assim um grau extraordinário de acesso a essas antigas tradições - rivalizando,

e em alguns casos superando, nosso conhecimento moderno sobre elas.

O escopo desta transferência de conhecimento foi sem precedentes. Embora houvesse uma transmissão constante de conhecimento entre os povos da bacia do Mediterrâneo desde pelo menos o segundo milênio a.C. (se não antes), nunca houve uma tentativa tão consciente de uma cultura de apropriar-se e incorporar todo o corpus filosófico e científico de outra. Mesmo no caso dos romanos, que admiraram muito a cultura e as realizações gregas, muito pouco da ciência helenística e da tradição filosófica textual foi traduzido para o latim durante o período de hegemonia romana. E, antes do Islamismo, os exemplos que temos de transmissão tendem a ser fragmentada e de um tipo prático (RAJEP. 2013, p.34, tradução nossa).

O início do período abássida (750-945) marcou uma época não só de grande poder econômico e político para o império islâmico, mas também de uma notável conquista intelectual e cultural. Despontou durante este tempo um humanismo artístico, literário e cultural, um dos frutos da apropriação do antigo saber científico e das tradições filosóficas não só do mundo helenístico, mas também da Índia e da Pérsia pré-islâmica. (RAJEP, 2013 p.30)

Os Abássidas, uma vez no poder, procuraram fortalecer sua base de apoio de várias maneiras. Ao transferir a capital para a recém-criada cidade mesopotâmica de Bagdá, mais próxima das antigas terras dos persas, a corte abássida atraiu muitas pessoas com laços culturais e políticos com a antiga

ordem e regime persa. Cristãos, judeus, budistas, zoroastristas - até mesmo pagãos - encontraram uma atmosfera acolhedora na nova capital. Pessoas cujas línguas nativas eram o grego, o árabe, o persa, o khwarizmiano (da Ásia Central), siríaco, cóptico e turco (e suas variedades) encontravam-se lado a lado na rua e no trabalho diário. Não é surpreendente que tal ambiente multicultural, multireligioso e multilíngue estimulasse a criatividade cultural e ajudasse a fomentar a noção de que os Abássidas eram os legítimos guardiões do precioso patrimônio do mundo antigo (RAJEP, 2013 p.32).

Berggren (2013, p.62) é quem vai nos guiar na questão dos primeiros estudos levados a cabo. Como sabemos no início do século VII, início da era muçulmana, os árabes não eram versados em aritmética e nem conheciam as tradições matemáticas de seus vizinhos. Dois séculos mais tarde, alguns de seus descendentes, juntamente com os povos que haviam convertido ou conquistado, tinham iniciado a apropriação da matemática antiga e lançado as bases de uma tradição matemática islâmica medieval.

Há que levar em conta que a apropriação da herança matemática antiga não era uma atividade marginal, mas uma atividade apoiada por governantes e encorajada por patrões ricos. Durante o reinado de al-Mansur (r. 754-775), um trabalho astronômico de Brahmagupta foi, juntamente com outro material astronômico indiano, traduzido do sânscrito para o árabe e circulado como o *Sindhind*. Este manual continha o uso da função senoidal e introduziu esta característica fundamental da trigonometria na literatura matemática árabe.

O filho de al-Mansur, Harun al-Rashid, construiu uma biblioteca em Bagdá para guardar a crescente produção dos

tradutores, o que incluía uma versão árabe dos Elementos de Euclides. O terceiro califa abássida al-Mamun (r. 813- 833), construiu a Casa da Sabedoria² em Bagdá designou para ela tradutores e escribas, que produziram traduções do grego, do pahlavi, do sânscrito e do siríaco.

Não apenas o califa favorecia empreendimentos direcionados ao saber. Tais esforços foram feitos também por famílias ricas que com seu envolvimento pessoal e apoio financeiro protegiam as ciências matemáticas. Assim, os irmãos Banu Musa, encontraram, em uma de suas viagens em busca de manuscritos gregos, um hábil tradutor em Harran chamado Thabit ibn Qurra (836-901). Trabalhando com os Banu Musa, Thabit começou ou melhorou as traduções de obras básicas de Euclides, Arquimedes, Apolônio, e outros matemáticos gregos.

As primeiras traduções eram frequentemente difíceis de entender, em parte porque o árabe começou praticamente sem vocabulário matemático técnico, e as primeiras traduções às vezes recorriam simplesmente à tradução de palavras gregas obscuras e deixavam que o leitor lidasse com o significado.

Gradualmente, porém, os recursos de formação de palavras em árabe entraram em jogo, e um vocabulário matemático árabe foi criado no curso da tradução. Outra razão para as dificuldades iniciais foi que uma boa tradução exige uma compreensão completa do material, e assim houve uma interação dinâmica entre o desenvolvimento de boas traduções e a compreensão matemática. Por exemplo, os Elementos de Euclides foi traduzido duas vezes para o árabe, primeiro no início do

2 Não são todos os historiadores que atribuem a fundação da Casa da Sabedoria a al-Mansur.

século IX por al-Hajjaj e mais tarde por Ishaq ibn Hunayn (m. cerca de 910); Thabit revisou esta última tradução.

Os Elementos de Euclides foram de fundamental importância para a história da geometria medieval, e sua tradição secular de notas de estudo, comentário, crítica, aperfeiçoamento e extensão evidencia o uso medieval desse trabalho como base tanto de instrução para o estudo e investigação da geometria superior ou astronomia quanto para levantar questões metamatemáticas.

Naturalmente, nem os Elementos de Euclides e nem outra matemática, além da elementar, eram ensinados nas escolas primárias associadas à mesquita, onde a instrução era virtualmente em gramática árabe e nas noções básicas de leitura do Alcorão que serviam de preparação e treinamento de muçulmanos piedosos. Tampouco eram ensinadas nas madrasas, instituições fundadas para o estudo avançado da lei do Alcorão e exegese. Para aprender matemática avançada, era contratado um tutor. Ibn Sina conta como, no final do século X, seu pai contratou um tutor para ensinar-lhe aritmética, e como, em Bukhará, por volta dos quatorze anos, ele estudou a parte inicial de Euclides com um tutor e a parte posterior do trabalho por ele mesmo. (nomeia os tutores com os quais estudou os primeiros livros dos Elementos em Bagdá, no século XII, mas prossegue dizendo-nos que não podia achar ninguém capaz de ensiná-lo nos livros posteriores (BERGGREN, 2013, p.63).

Tendo aprendido os Elementos, podia-se então passar para um corpus conhecido como os *Livros Intermediários*, que eram estudados depois dos *Elementos* de Euclides e antes do texto astronômico de Ptolomeu, o *Almagesto*. Este corpus incluía os *Dados* de Euclides e seu *Phaenomena*, o primeiro

destinado a treinar o estudante na solução de problemas geométricos avançados e este último para fornecer instruções sobre a geometria da esfera.

Outra parte deste corpus foi a *Medida do Círculo* de Arquimedes, que, juntamente com sua *Esfera e Cilindro*, Livros I e II, constituíam a única parte do cânone de Arquimedes conhecido no Islã medieval. Mas estas duas obras forneciam aos matemáticos do final dos séculos IX e X inspiração e instrução suficiente para a autoria de vários estudos originais de áreas e volumes. Material adicional com o nome de Arquimedes *A Divisão do Círculo em Sete Partes Iguais*, também foi traduzido e inspirou uma série de estudos medievais.

No caso de Apolônio, a tradução de suas *Cônicas*, com seu extenso tratamento da parábola, elipse e hipérbole, forneceu aos geômetras muçulmanos seu texto básico sobre a geometria das seções cônicas. Os mesmos geômetras encontraram outras fontes para seu estudo da geometria avançada nas traduções da maioria de seus outros trabalhos geométricos. Muitos deles, ao contrário das *Cônicas*, foram incluídos entre os *Livros Intermediários*.

Toda essa atividade do século IX ocorreu dentro de um ambiente de aprendizado no qual se podia encontrar cristãos, judeus e zoroastristas capazes de explicar aspectos de vários textos antigos a seus patronos e colaboradores muçulmanos. Por exemplo, Thabit pertencia a um culto de adoração de estrelas que os muçulmanos chamavam de Sábios; o engenheiro/algebrista Sanad ibn Ali era judeu; e Qusta ibn Luqa, que traduziu a *Aritmética* de Diofantes, era cristão.

Um outro elemento importante que estava presente mesmo antes do movimento de tradução Abássida era uma

tradição intelectual autóctone encabeçada por um grupo internacional e multilíngue de estudiosos.

Os cristãos ortodoxos nestorianos e sírios produziram obras em siríaco, uma forma de aramaico, lidando com a lógica aristotélica, astronomia e cosmologia ptolemaica, e medicina hipocrática e posteriormente grega. Um nome bastante citado é o do bispo sírio Severus Sebokht (m. 666/667), que viveu após o aparecimento do Islã, conhecia o persa, o grego e o siríaco. Era especialista em lógica, escreveu sobre o astrolábio, e conheceu os numerais indianos (mais tarde chamados de árabes), que ele elogiou muito.

Na Pérsia pré-islâmica, encontramos estudiosos na época do governante sassanida Khusraw Anushirvan (r. 531-578) que escreviam obras em Pahlavi persa sobre lógica aristotélica e desenvolviam novas tabelas astronômicas baseadas tanto em fontes gregas como indianas. Uma tradição médica grega surgiu na cidade persa de Gondeshapur, e houve traduções para o Pahlavi de obras médicas indianas. A preponderância de astrólogos persas como Nawbakht, Masha'allah, e al-Tabari nos primeiros tempos da corte Abássida sugere uma longa tradição de trabalho em astrologia em Pahlavi

Os Omíadas (661-750), antecessores imediatos dos Abássidas, não patrocinaram nenhuma atividade de tradução generalizada de textos científicos ou filosóficos, apesar do fato de sua capital Damasco ficar mais perto das terras gregas do que estaria a capital abássida de Bagdá, e apesar dos muitos estudiosos multilíngues dentro de seus limites. Por outro lado, foi sob os Omíadas que se iniciou uma tradição intelectual de grande distinção nas ciências religiosas, nos estudos linguísticos

e literários árabes e na literatura humanista³. Sendo assim, os fundamentos de uma tradição intelectual vigorosa já haviam sido lançados na época da revolução abássida, mas sem qualquer inclinação para incorporar os ensinamentos de outras culturas.

Tem sido argumentado que os primeiros califas abássidas, particularmente al-Mansur, procuraram consolidar seu poder promovendo a noção de que eles eram os sucessores das antigas dinastias do Oriente Próximo, que haviam culminado com os sassanidas.

Incluída nesta campanha estava a imitação consciente da figura imperial do rei sassanida zoroastriasta como patrono da filosofia e da ciência, representado agora por um programa de integração cultural sob a bandeira do Islã. Também pode ter havido um aspecto de competição com os imperadores bizantinos, que foram vistos como tendo permitido que a gloriosa tradição intelectual helenística se deteriorasse ao ponto de não existir.

O uso de ciclos astrológicos para fazer com que o papel abássida na história mundial parecesse inevitável, algo que os sassanidas haviam usado anteriormente para sua própria estratégia imperial, forneceu um importante incentivo para a tradução de certos textos científicos.

Este contexto político nos ajuda a entender um dos incentivos que levariam os califas do Islã, os “comandantes dos fiéis”, a apoiar a tradução de materiais muitas vezes tidos como contrários à doutrina islâmica. A astrologia, em particular, parecia

3 Tenhamos em vista que foram os Omíadas que tiveram de criar a estrutura de um estado e, conseqüentemente, foi necessário uma língua árabe desenvolvida para ocupar o lugar na administração do estado.

dar aos astros poderes competitivos com os de Deus. Ela também nos ajuda a compreender a amplitude e a profundidade do movimento de tradução. A importância central do papel dos califas garantiu que o peso administrativo do império fosse levado em conta no esforço e fomentou o estabelecimento de uma infraestrutura de aprendizagem. Em seus aspectos tangíveis, esta infraestrutura incluiu a criação de bibliotecas, hospitais e instituições nascentes de pesquisa, bem como o apoio direto dos califas para as traduções. Mais intangivelmente, tal apoio do topo enfatizou o ideal do homem cultivado de aprender entre as classes altas, estimulando assim seu próprio sistema de patrocínio a tradutores e pesquisadores.

Existem também uma outra posição explicativa para o esforço feito no movimento de traduções, explicação esta que envolve o contexto intelectual do Islamismo primitivo. Segundo tal argumento, o crescimento das ciências religiosas e dos gêneros literários humanistas sob os Omíadas e os primeiros abássidas forneceu uma massa crítica de estudiosos e leigos interessados que poderiam promover e criticar os produtos intelectuais de outras culturas dentro do contexto do desenvolvimento do Islã, tanto como uma religião quanto como uma civilização literária. É dentro desta cultura que o valor do conhecimento - seja ele religioso, prático ou teórico - foi promovido, em parte para lidar com esta quantidade crescente de textos e ideias de uma variedade de fontes e em parte para se conformar a várias injunções de Alcorão e proféticas para buscar conhecimento de qualquer fonte.

Vimos então que Yushkiévitch reconhece três estágios da ciência islâmica, sendo a primeira ligada ao movimento de tradução e assimilação do saber antigo. Tal movimento de

tradução e assimilação do saber dos antigos recebeu apoio dos primeiros califas abássidas e das famílias ricas muçulmanas; comunidades de cristãos nestorianos e judeus serviram como os primeiros professores; a língua árabe tinha sido refinada na época dos Omíadas e agora se mostrava mais preparada para estudos de filosofia; encontraram no Oriente Próximo cristãos ortodoxos nestorianos e sírios que produziram obras em siríaco, lidando com a lógica aristotélica, astronomia e cosmologia ptolemaica, e medicina hipocrática e posteriormente grega e de certa forma facilitaram o caminho para os estudos científicos islâmicos.

Vamos examinar agora a sociedade islâmica e a existência ou não de particularidades que propiciassem o estudo da matemática.

2.2 A SOCIEDADE ISLÂMICA E A MATEMÁTICA

Os estudiosos islâmicos tinham convicções distintas a respeito do mundo natural. Não obstante, todos eles eram particularmente bem receptivos às ciências matemáticas, pois estas pareciam ser menos polêmicas que as filosóficas, na medida em que eram percebidas como menos implicadas em doutrinas metafísicas e físicas que poderiam ser tomadas como “não-islâmicas”. Por “ciências matemáticas” entendemos não apenas matemática pura, como geometria, teoria dos números, aritmética, álgebra e trigonometria (as duas últimas sendo sistematizadas pela primeira vez no Islã), mas também ciências como astronomia, ótica geométrica e teoria da música, que aplicavam a matemática a fenômenos naturais (RAJEP, 2013 p.29).

2.2.1 MATEMÁTICA PARA AS PROFISSÕES

Como qualquer outra sociedade com instituições administrativas e comerciais complexas, os reinos do Islã Medieval precisavam da matemática de cálculo e medição, e três autores renomados escreveram obras que representam versões literárias deste material em um nível elevado. O primeiro foi al-Khwarizmi, membro da Casa da Sabedoria de al-Mamun em torno do ano 825, que escreveu uma obra intitulada *O Livro da Adição e Subtração de acordo com o Cálculo Indiano* que tratava da computação aritmética. Neste livro, al-Khwarizmi explica o sistema de numeração decimal posicional, incluindo a extração de raízes quadradas, e, como as frações decimais ainda não tinham sido inventadas, ele também explica o uso de frações de base sessenta. O livro de al-Khwarizmi, em sua tradução latina, foi uma fonte importante para o conhecimento no Ocidente da aritmética hindu-arábica.

Em torno de 975, Abu-l-Wafa al-Buzjani explicou em seu primeiro livro de orientação prática um sistema de cálculos bem distinto do de al-Khwarizmi. Este era o *Livro de Aritmética Necessária do Secretário e Oficial*, baseado em um sistema tradicional de aritmética mental no qual o praticante usava seus dedos para memorizar os resultados dos cálculos intermediários. Neste sistema, a mente e a mão eram os elementos essenciais, e a escrita servia apenas para registrar os resultados finais. As frações ou eram na base 60 ou somas de produtos de frações unitárias ($\frac{4}{7} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \times \frac{1}{7}$). O segundo trabalho da Abu-l-Wafa destinado aos praticantes foi o livro *Construções Geométricas Necessárias ao Artesão*, que incluía, além de muito material de mensuração, uma variedade de problemas

de construção, incluindo problemas de construção de figuras usando o que agora chamamos “compasso enferrujado”.

Em torno de 1425 foi escrito o livro considerado o mais esmerado da aritmética islâmica chamado *Chave para a Aritmética*, de Jamshid al-Kashi e dedicado ao sultão timurida Ulugh Beg de Samarkanda. Aqui al-Kashi explica o cálculo não só com números inteiros, mas também com frações decimais, que os matemáticos islâmicos tinham inventado no século X.

2.2.2. PROBLEMAS SURCIDOS POR DEMANDA DA SOCIEDADE ISLÂMICA

Entretanto, além das necessidades comuns da atividade civil e militar típica de qualquer sociedade complexa, a sociedade islâmica colocou outros problemas matemáticos desafiadores, notadamente o de encontrar a importantíssima *qibla*. Assim se chamava direção de Meca, necessária para todos os muçulmanos, pois, suas cinco orações diárias tinham de ser feitas com o rosto virado para Meca. Encontrar a direção exata de uma localidade não visível no horizonte não é um problema matemático elementar, e desde o tempo de al-Khwarizmi até o tempo de al-Kashi, ele suscitou a proposição de um sem número de soluções.

Outro problema com base religiosa, foi colocado pela necessidade de calcular os intervalos de tempo entre as cinco preces diárias. As preces eram definidas em termos de madrugada, meio-dia, crepúsculo e duração das sombras, todas elas podendo ser reduzidas a cálculos envolvendo a altura do Sol. Aqui novamente, métodos incluindo esquemas numéricos simples, construções geométricas e cálculos trigonométricos

elaborados produziram um extenso corpus de material conhecido sob o título geral de “a ciência do tempo”.

As exigências religiosas do Islã colocaram problemas não apenas para os geômetras, mas também para seus especialistas na ciência do cálculo. Alguns desses problemas surgiram do cálculo do *zakat*, um imposto que dizia respeito à parte da comunidade na riqueza de um indivíduo. Outros problemas surgiram da divisão das heranças de acordo com as exigências da lei muçulmana e as regras da álgebra. Tais problemas já são tratados na Álgebra al-Khwarizmi no início do século IX, mas, sem dúvida eles já tinham sido tratados matematicamente antes dessa época.

2.2.3 ISLÃ E MATEMÁTICA POR OITO SÉCULOS EM UM VASTO TERRITÓRIO

A unidade do império islâmico durou menos de dois séculos. Desde meados do século X até os tempos modernos, diversos centros regionais surgiram com seus próprios estilos intelectuais e culturais distintos. Podemos citar a dinastia Fatimida que do século X ao XII, governou o Egito e partes do norte da África e a dinastia Buyida (932-1062) controlou grandes áreas da Pérsia e do Iraque, incluindo Bagdá. Os turcos seljúcidas (1038-1194), originários da Ásia Central, deslocaram os Buyidas desta região, incluindo Bagdá, e adotaram uma versão do Islã fortemente ortodoxa que os levou a estabelecer escolas religiosas (madraças).

Para que não pareça que os estudos científicos e filosóficos eram realizados apenas no coração islâmico do Oriente Médio, devemos mencionar alguns dos muitos centros regionais onde a ciência e a filosofia floresceram:

Desde as conquistas de Alexandria do século IV a.C., o Afeganistão e as terras além do Rio Oxus na Ásia Central (Transoxiana) tinham sido importantes centros de aprendizado e cultura, e isto continuou até o período islâmico.

Durante os séculos X-XII, os Shah de Khwarizm e os Ghaznavidas apoiaram alguns dos mais importantes cientistas e filósofos de toda a história islâmica. O Iêmen foi um significativo centro de ciências astronômicas e agrícolas durante o período Rasulida (1229–1454). E, finalmente, não devemos deixar de notar as principais realizações culturais e intelectuais no longínquo Islã ocidental, especificamente, na Espanha islâmica. Desde o início do século VIII, quando exércitos muçulmanos entraram na Espanha, até o final do século XV, quando os muçulmanos foram expulsos, a Espanha islâmica (al-Andalus) foi o cenário de tradições intelectuais islâmicas distintas. De particular destaque é a forte defesa de um aristotelismo “puro”, frequentemente associado a Ibn Rushd (Averroes), que ocorreu sob o domínio dos Almohad durante o século XII.

Governantes mais esclarecidos, a fim de comunicar mais brilhantismo ao seu reinado, organizaram academias semelhantes, como os últimos monarcas europeus dos séculos XVII-XVIII. Tudo isto garantiu a continuidade do conhecimento, embora não na mesma medida em que se tornou possível após a invenção da impressão de livros e de uma publicação mais maciça de obras científicas.

Figura 5. Cidades que foram grandes centro de estudos



Fonte: Arquivo dos autores

Em diferentes épocas, os grandes centros científicos foram Bukhará, Khorezm, Gazna, Rey e outras cidades. Em Ghazna, em particular, al-Biruni trabalhou durante muito tempo. Khayyam no final do século XI trabalhava em um observatório em Esfahan. Após a destruição de Bagdá, o mongol khan Hulagu nomeou o proeminente astrônomo e matemático Nasir al-Din al-Tusi à frente de um observatório especialmente construído em Maragha, um pouco a sul de Tavriz. Proteção especial aos estudiosos foi dada pelo governante Samarkanda Ulugh Beg (1394-1449), que se dedicava ele próprio à astronomia. No observatório Samarkanda de Ulugh Beg trabalhou um grande grupo de sábios astrônomos: al-Kashi⁴, Kazi-zade al-Rumi, al-Kushchi e outros.

Por 200 anos funcionou no Cairo a academia Dar al-Hikma, (Morada da Sabedoria). Ali, em torno de do ano 900

4 Ghiyāth al-Dīn Jamshīd Mas'ūd al-Kāshī.

trabalhou o algebrista Abu Kamil. Também trabalharam nesta academia ibn Yunis e ibn al-Haysam.

As investigações matemáticas também se fazia realizada na Península Ibérica e no Noroeste de África. Em 929, o Emir Abdurrahman III de Córdoba (912-961) declarou-se califa e garantiu formalmente a sua separação de Bagdá.

Figura 6. O califado de Córdoba na Península Ibérica



Fonte: Autor Desconhecido está licenciado em CC BY-SA.
Disponível em https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/thumb/f/f8/Califato_de_Córdoba_-_1000-en.svg/1200px-Califato_de_Córdoba_-_1000-en.svg.png. Acesso em 10/10/2020.

Floresceu então uma particular cultura mouro-espanhola na região de Córdoba, que incluía elementos

espanhóis-romanos, árabes orientais, berberes e judeus. Para o desenvolvimento da matemática foi crucial a divulgação das realizações da escola de Bagdá, começando com as obras de Muhammad al-Khwarizmi. No entanto, devido à divisão política, o contato científico com o Oriente foi-se enfraquecendo gradualmente e muitos dos resultados não chegaram a Espanha. Assim, sobre as obras notáveis de Omar Khayyam aqui só se conhecia por rumores. Os matemáticos mauritanos, por exemplo, Gabir ibn Afla, que trabalhou no século XII em Sevilha, ou ibn al-Banna marroquino, que viveu nos séculos XIII-XIV, fizeram muitas descobertas independentes, em particular sobre trigonometria. No entanto, a matemática aqui nunca atingiu um tal apogeu como nos países muçulmanos orientais.

Em 1085, os espanhóis ocuparam Toledo. A chegada de novas tribos berberes detiveram a reconquista, mas já em 1236 Córdoba foi tomada, e em breve na posse de mouros apenas restava o emirado sul de Granada. Em 1492 esta também caiu, e pouco antes disso o último grande matemático mouro al-Kalasadi mudou-se para Tunis. O século XV foi também o último século de progresso da matemática nos países de leste do Islão.

A atividade dos cientistas nos estados mauritanos ou nas terras conquistadas pelos espanhóis foi de grande importância para a disseminação do conhecimento científico na Europa. A partir dali, o patrimônio científico do Oriente e da Grécia (em traduções árabe) começou a penetrar noutros países europeus. Nos séculos XII-XIII na Espanha, especialmente em Toledo, trabalharam muitos tradutores e compiladores a quem a ciência muito deve pelos textos em latim ou pelo processamento

de muitos dos mais importantes textos árabes e pelos textos gregos traduzidas para o árabe. O trabalho destas pessoas foi tão importante para o novo crescimento da matemática na Europa como o trabalho dos tradutores de Bagdá o foram para a ciência islâmica.

Tendo recorrido sobre tópicos que a nosso ver ajudam a colocar em perspectiva o desenvolvimento das ciências e da matemática medieval islâmica, fenômeno singular na história das ciências e da matemática, vamos avançar em direção a completar o quadro trazendo aqui a apresentação mais ou menos detalhada de algumas obras fundamentais e seus autores.



APRESENTANDO ALGUNS NOMES E ALGUMAS OBRAS

Yushkiévitch (1961, p. 177) destaca al-Khwarizmi entre os demais estudiosos dizendo que:

Na galeria de figuras proeminentes da escola de Bagdá consta o matemático clássico dos países islâmicos, Abu Ja'far Muhammad ibn Musa al-Khwarizmi que trabalhou para o califa al-Mamun. Sabendo de antemão que estamos omitindo muitos nomes, vamos nomear aqui alguns nomes da galeria dos notáveis. No século IX Thabit ibn Korra, nos séculos X-XI Abu-l Wafa, al-Kuhi e al-Karaji. Bagdá era o principal centro científico do Califado, mas havia outros centros bem conceituados. A pesquisa era realizada também em Damasco e em outras cidades. Al-Battani trabalhou na virada do século no Observatório Al-Raqqah no Eufrates, Al-Khojandi no Observatório de Rey cerca da atual cidade de Teerã. (YUSHKIEVITCH, 1961, p.177, tradução nossa)

3.1 AL-KHWARIZMI E O TRATADO ARITMÉTICO

Vamos então conhecer as obras de Abu Ja'far Muhammad ibn Musa al-Khwarizmi ou Abu Abdullah Muhammad ibn Musa al-Khorezmi al-Majusi (c. 780 – c. 850). Não sabemos muito sobre sua vida. A nisba⁵ al-Khwarizmi indica que ele era de Khwarizm (Khorezm), e a palavra Majusi indica que

5 Nisba (Ver na introdução deste livro sobre a formação dos nomes árabes)

entre seus ancestrais havia mágicos, i.e., sacerdotes zoroastristas: o zoroastrismo era a crença dominante em Khorezm. Al-Khwarizm ficava no centro de uma plêiade de matemáticos e astrônomos que trabalhavam para al-Mamun na Casa da Sabedoria. Cinco obras de Al-Khwarizmi foram preservadas, parte delas em forma reelaborada: sobre aritmética, álgebra, astronomia, geografia e o calendário.

Duas obras de al-Khwarizmi tiveram impacto sobre os estudos posteriores: o tratado aritmético e o tratado algébrico. Ambos os tratados foram ponto de partida de muitos estudos e pesquisas, foram comentados, tiveram suas partes incluídas em outros livros que foram fonte de estudos para dezenas de gerações. Al-Khwarizmi ao escrever levou em conta as exigências básicas tanto para os estudiosos quanto para os profissionais de outras áreas, especialmente no que se referia as necessidades da prática cotidiana.

Estamos trabalhando na tradução do Tratado Aritmético de al-Khwarizm do russo para o português. A versão que serve de base para nossos trabalhos é o texto russo publicado em 1983, comemorando 1200 anos de al-Khwarizmi.

Quadro 3. Contracapa e sumário da publicação que contém o Tratado Aritmético de al-Khwarizmi em língua russa

Título: MUHAMMAD IBN MUSA AL-KHWARIZMI – Tratados matemáticos	Sumário	pág.
	S. R. Sirajdinova. Prefácio	3
	Muhammad ibn Musa al-Khwarizmi. Livro sobre o cálculo indiano. Tradução do latim Yu. Kh. Kopelevitch e A. P. Yushkiévitch	5
	Muhammad ibn Musa al-Khwarizmi. Livro sobre o cálculo álgebra e almukabala. Tradução do árabe B. A. Rozenfeld	20
	Muhammad ibn Musa al-Khwarizmi Tabelas trigonométricas. Zidj al-Khwarizmi reelaboração de Maslama al-Madjriti (trecho). Tradução de Yu. Kh. Kopelevitch e B. A. Rozenfeld Comentário al-Muçanni zidj de al-Khwarizmi (trecho). Tradução G. P. Matviévsckaya	82
	B. A. Rozenfeld e A. P. Yushkiévitch Notas sobre o tratado aritmético.	109
	B. A. Rozenfeld e G. P. Matviévsckaya Notas sobre o tratado algébrico	118
	B. A. Rozenfeld e G. P. Matviévsckaya Notas sobre as tabelas trigono-métricas.	142
	P. Yushkiévitch. Sobre o trabalho em aritmética de al-Khwarizmi.	150
	G. P. Matviévsckaya. O estudioso Muhammad ibn Musa al-Khwarizmi e a bibliografia sobre ele	201
	Índice remissivo (Nomes próprios)	300

Fonte: Elaboração dos autores

Como se pode ver, o volume que estamos usando contém três das obras de al-Khwarizmi, porém, nosso interesse está no momento voltado para o tratado aritmético.

O TRATADO ARITMÉTICO

Entre as obras de al-Khwarizmi, uma chamou a nossa atenção imediata e nos dispusemos a traduzi-la para o português. Ela é conhecida por no mínimo três nomes:

1. O *Tratado Aritmético de al-Khwarizmi* (é o nome de nossa escolha)
2. *Livro sobre o cálculo indiano*
3. *Algoritmi de Numeri Indorum*.

O tratado aritmético de Al-Khwarizmi foi a primeira exposição em árabe da numeração posicional decimal. O tratado só chegou até nós em tradução latina. A tradução data de meados do século XII, mas o único manuscrito conhecido até hoje é de meados do século XIV. Além disso, não é uma tradução exata, mas uma exposição do texto original - árabe ou latino - o que sem dúvida decorre das inserções, omissões e imprecisões contidas no mesmo. O manuscrito está guardado na Biblioteca da Universidade de Cambridge.

Com tantas informações faltando o estudo do tratado de aritmética de al-Khwarizmi se torna possível pela comparação com dois documentos próximos a ele escritos em latim. Um documento é o *Liber Algorismi de pratica arismetrice*, compilado, muito provavelmente, por John de Sevilha ou de Toledo, um hebreu espanhol convertido ao cristianismo, que trabalhou aproximadamente em Toledo em torno de 1135-1153. O outro documento é o *Liber ysagogarum Alchorismi in artem*

astronomicam a magistro A. Compositum, que consta em duas listas, sendo uma datada de 1143 e a outra um pouco mais tarde. Acredita-se que o “mestre A.” era o inglês Adelard of Bath, também pertencente à escola de Toledo. É possível que o mesmo Adelard of Bath tenha traduzido o tratado de aritmética de al-Khwarizmi.

A fim de apresentar o texto ao leitor de forma mais compreensível, trazemos como ilustração os três primeiros parágrafos do texto em russo e em português.

Figura 7: Título e primeiro parágrafo do tratado

Мухаммад ибн Муса ал-Хорезми КНИГА ОБ ИНДИЙСКОМ СЧЕТЕ Сказал Алгоризми¹: Вознесем достойную похвалу богу, правителю и защитнику нашему, воздадим ему должное и хвалу умножим прославлением, помолимся ему, чтобы направил он нас по стезе справедливости, чтобы вел нас дорогой истины, чтобы помог нам исполнить то, что мы решили разъяснить об индийском счете с помощью .IX. букв², которыми они выражали любое свое число для легкости и краткости, облегчая дело тому, кто изучает арифметику, т. е. число самое большое и самое малое, и все, что есть в нем от умножения и деления, сложения, вычитания и прочее.
Disse Algorizmi: Alcemos louvor a Deus, nosso guia e defensor e multipliquemos o louvor com adoração, orando para que ele nos dirija no caminho da justiça, que nos leve ao caminho da verdade, para que possamos cumprir o que decidimos esclarecer sobre o cálculo indiano usando .IX. letras pelas quais eles expressaram qualquer número com facilidade e brevidade, facilitando o mister daquele que estuda aritmética, isto é, o maior e o menor número, e tudo o que há nele desde multiplicação e divisão, adição e subtração e outras coisas.

Fonte: Yushkiévitch (1983).

Primeiramente, vamos observar algumas particularidades do texto (ou russo ou português):

1. O título foi atribuído por Yushkiévitch segundo ele considera tenha sido o mais provável no manuscrito árabe original;
2. A saudação inicial a Alá que nunca falta nas obras medievais islâmicas;
3. O nome do autor da obra aparece na forma latinizada Algorizmi;
4. O número 104 que aparece na margem do texto russo é o número da página do manuscrito latim do qual foi traduzido o texto russo;
5. Na sexta linha do texto russo e na quinta linha do texto português o autor diz que irá explicar o cálculo indiano usando nove letras, mas indica esta quantidade por meio de um algarismo romano.

Yushkiévitch (1961) comenta que embora o manuscrito de Cambridge não seja intitulado, a comparação de algumas expressões contidas nele com uma lista de obras de Al-Khwarizmi de um autor árabe do século IX nos permitem pensar que o título do tratado era *O livro sobre adição e subtração à maneira dos indianos* (*Kitab al-djam va-t-tafric bi-hisab al-Hind*). No título, como pode ser visto, foram especificadas apenas duas operações básicas de aritmética, às quais as outras são reduzidas.

Al-Khwarizmi começa dizendo que vai descrever o método de cálculo dos indianos com a ajuda de nove dígitos – “letras”, o que permite expressar de modo fácil e breve qualquer número e realizar operações aritméticas.

Os números no manuscrito não estão escritos e em vez deles há um espaço em branco; só ocasionalmente há numerais

indianos para 1, 2, 3, 5 e um círculo para o zero; na maioria das vezes o escriba também deixou em branco exemplos de como escrever os numerais indianos expressos em numerais romanos ou por meio de palavras. Ilustraremos isto trazendo o trecho inicial do tratado nas versões português e russo.

Figura 8: Segundo parágrafo do tratado

Сказал Алгоризми: Когда увидел я, что индийцы ³ составляли из .IX. знаков любое свое число, благодаря расположению, какое они установили, я пожелал раскрыть, если будет угодно богу, что получается из этих букв для облегчения изучающему. Если индийцы именно того хотели и смысл для них в этих .IX. буквах был тот, который мне открыт, да направит меня бог на это. Если же они делали это по другой причине, кроме той, которую я указал, из моего изложения и эту причину можно будет найти точно и без всякого сомнения. И она легче откроется наблюдающему и изучающему.
Disse Algorizmi: Quando vi que os indianos compunham com .IX. sinais qualquer número que assim quisessem, graças à posição que eles determinavam, quis eu descobrir, se Deus assim o permitir, o que se pode obter de tais sinais para facilitar o mister do aprendiz. Se o que os indianos queriam era isto mesmo e o significado destes .IX. sinais for o que a mim foi desvendado, que Deus me guie para isso. Porém, se eles o fizeram por uma outra razão distinta da que indiquei, tal razão poderá ser encontrada sem dúvida alguma a partir da minha exposição. E será ela facilmente descoberta ao que observa e estuda...

Fonte: Yushkiévitch (1983)

Podemos ver que o uso dos algarismos romanos continua neste segundo parágrafo.

A forma dos números utilizados pelo próprio al-Khwarizmi é desconhecida e julgá-la por alguns signos numéricos disponíveis no manuscrito de Cambridge, não seria apropriado. É possível que ele tenha usado letras do alfabeto para os números de 1 a 9, como foi feito mais tarde por exemplo por al-Biruni. Também é possível que al-Khwarizmi já utilizasse os chamados numerais árabes orientais. Em geral, a história de nossos signos numéricos ainda apresenta muitas ambiguidades.

Figura 9: Terceiro paragrafo do texto

Пишут же они .IX. букв, фигуры которых такие... В фигурах их имеются также различия у разных людей: такое различие бывает в фигуре буквы пять и шесть, а также семь и восемь. Но в этом нет никакой помехи. Ведь это знаки, выражающие число, а фигуры, в которых имеются различия, следующие...⁴ Я уже открыл в книге алгебры и алмукабалы, т. е. восполнения и противопоставления⁵, что всякое число является составным и что всякое число составляется из единиц. Итак, единица находится в каждом числе. И об этом говорится в другой книге по арифметике. Единица есть корень всякого числа, и она находится вне чисел. Корень числа она потому, что через нее определяют всякое

Escrevem eles de fato com .IX. letras cujos desenhos são ... No traçado das letras existem diferenças entre as pessoas; tal diferença acontece na figura correspondente ao cinco e ao seis e também nas figuras que corresponde ao sete e ao oito. Mas isso não cria dificuldades. Pois, estes são sinais que expressam o número e as figuras nas quais existem diferenças são as seguintes ... Eu já disse no livro de álgebra e almukabala, isto é, no livro do complemento e da comparação que todo número é composto e que todo número é composto de unidades. Sendo assim, a unidade está em cada número. E isso é dito em outro livro de aritmética. A unidade é a raiz de todos os números e está fora dos números. Ela é raiz de todo número porque por meio dela se determina cada

Fonte: Yushkiévitch (1983)

No que se refere à estrutura e conteúdo do tratado temos de observar como fez Yushkiévitch (1983) que o Tratado Aritmético Yushkiévitch (1983) assinala que o manuscrito de Cambridge não está dividido em partes com subtítulos. Pode-se perceber o mesmo versão russa que usamos para a tradução ao português, o que quer dizer que na tradução do latim para o russo foi mantida a mesma estrutura. No entanto, feita a leitura do texto, pode-se sem dificuldade listar os tópicos abordados:

1. Observações iniciais sobre as vantagens do cálculo indiano
2. Informações iniciais sobre as cifras indianas
3. Princípios do sistema de numeração decimal posicional
4. Regras de adição e subtração de números inteiros

5. Regras de multiplicação e divisão por dois
6. Regra de multiplicação
7. Verificação da multiplicação e da divisão por dois usando o nove
8. Regra da divisão de números inteiros
9. Sobre as frações sexagesimais
10. Multiplicação de frações sexagesimais
11. Divisão de frações e verificação pela multiplicação
12. Posicionamento das frações sexagesimais na adição, subtração, multiplicação por dois e divisão por dois
13. Multiplicação de frações ordinárias

Terminamos aqui a apresentação do Tratado Aritmético de al-Kashi tendo consciência de que há muito mais o que contar. Será fito

3.2. AL-KASHI E O TRATADO DA CIRCUNFERÊNCIA

Os acontecimentos que vão ser tratados nesta parte se deram na Ásia Central, região que se pode ver no mapa da figura 10. Fica abaixo Rússia, a oeste da China e a oeste do Mar Cáspio. Compreende os países: Cazaquistão, Uzbequistão, Turquemenistão, Tajiquistão e Quirguistão. Porém, o que nos interessa especificamente é uma certa cidade no Uzbequistão.

Figura 10: Países da Ásia Central



Fonte: Arquivo dos autores

Samarkanda é uma das principais cidades do Uzbequistão, localizada no sudeste do país, ao sul do Mar de Aral (ou do que resta dele), perto da fronteira com o Tajiquistão. Sua população hoje gira em torno de 300.000 habitantes. Samarkanda é uma cidade muito antiga (século VIII a.C.), já testemunhou muitos eventos e não teve existência tranquila.

Foi capital da República Soviética do Uzbequistão de 1925 a 1930;

Foi ponto chave na Rota da Seda entre a China e Europa;

Foi conquistada pelos árabes em 712;

Experimentou conquistas, mudanças políticas, esplendor e declínio;

Fez parte de distintos impérios;

Em 1220 foi pilhada e quase destruída por Gêngis Khan;

Foi ponto chave no período dos Timuridas (1370 – 1499), dinastia iniciada com Timur ou Tamerlão.

Figura.11 : Mapa mostrando Uzbequistão e Samarkanda



Fonte: Arquivo dos autores

No final do século XIV os Timuridas eram os senhores de um vasto território na Ásia Central com a capital em Samarkanda. Porém, quando a capital foi movida para outra cidade, Ulugh Beg, neto de Tamerlão, com apenas dezesseis anos se torna o governante de Samarkanda.

Ulugh Beg era principalmente um estudioso, e em particular, um matemático e astrônomo. Apreciava também as artes, escrevendo poesia, história e estudando o Corão. Em 1417, para avançar o estudo da astronomia, começou a construir uma madraça, um centro de educação superior. A madraça, que se encontrava na Praça Registan em Samarkanda, foi concluída em 1420 e Ulugh Beg então começou a nomear para ensinar na madraça os melhores cientistas que conseguia encontrar. Foi nesse processo que ele convidou Al-Kashi (1380-1429) para se juntar à sua madraça em Samarkanda, bem como cerca de sessenta outros cientistas, incluindo Qadi Zada (1364-1436). Não há dúvida de que, além de Ulugh Beg,

Al-Kashi foi o principal astrônomo e matemático de Samarkanda. Testemunhos importantes da vida científica em Samarkanda são as cartas de Al-Kashi a seu pai que, felizmente, sobreviveram (MOREY, 2017, p.8).

Trabalhando em companhia de Ulugh Beg no Observatório de Samarkanda al-Kashi consegue uma posição de destaque sendo um dos astrônomos mais importantes. Escreveu diversas obras, algumas em persa mas a maior parte delas em árabe.

Figura 11.: Praça Registan no centro de Samarkanda, testemunho da era Ulugh Beg



Fonte: Acervo dos autores. Direitos adquiridos de deposit photos

Andrade e Morey (2019) listam dezesseis desses trabalhos: A Escada do Céu (1407), Compêndio de Ciência da Astronomia (1410-1411), Khaqani Zij (1413-1414), Risala dar sharh-i alat-i rasd (1416), a excursão do jardim (1416), o tratado da Circunferência (1424), Suplemento à Excursão (1427); A chave para a aritmética (1427) e outros.

Aqui nos interessa especificamente al-Risala al-Muhitiyya (Tratado sobre a circunferência). Segundo Azarian (2009) um

exemplar original do Tratado da Circunferência, escrito em árabe, está disponível na Biblioteca central de Astana e Qudse Razawi, em Mashhad no Irã na Coleção Geral Número 5389 e na Coleção de Matemática Número 162.

As cartas estão preservadas em Teerã, atual capital do Irã. A primeira foi escrita em 1423 e por pensar que foi perdida ele envia outra, similar a primeira, entretanto com mais detalhes. Escritas em persa, o leitor poderá encontrar traduções para o inglês e turco. Apesar de as cartas serem importantes, apresentaremos maiores detalhes somente em relação a uma de suas obras, o Tratado sobre a circunferência.

O TRATADO DA CIRCUNFERÊNCIA

O Tratado da Circunferência (Al-Risala al-muhitiyya) foi escrito em 1424 no Observatório de Samarkanda. A medida em que avançavam nos estudos de Astronomia tabelas trigonométricas mais precisas eram necessárias. Al-Kashi se propõe a escrever o Tratado da Circunferência. O problema central da obra era determinar o perímetro da circunferência de um círculo cujo diâmetro fosse 600.000 vezes o diâmetro da Terra de tal modo que o erro fosse menor do que um fio de cabelo.

Trazemos aqui as primeiras páginas do tratado as primeiras páginas do texto de al-Kashi por duas razões: porque é interessante ver com o autor mistura os elementos matemáticos e religioso em uma linguagem elegante e também porque a tradução para o português está em andamento e é conveniente submeter à avaliação.

Louvemos a Alá, possuidor do conhecimento sobre a relação do diâmetro com a circunferência, sabedor da grandeza do simples e complexo, criador da terra e do céu, criador da luz nas trevas. Graça e paz esteja com Muhammed Mustafá, centro do círculo dos profetas e circunferência cujo diâmetro é indicação do caminho da verdade e da justiça, assim como à sua descendência e seus amigos puros, desejamos o bem.

Depois [disso]: Jamshid ibn Mas'ud ibn Mahmud, médico de Kashan, chamado de Giyas, criação de Allah, o altíssimo, [esperançoso] em seu perdão e em que Allah melhore seu destino, diz:

Arquimedes demonstrou que a circunferência supera o diâmetro triplo em menos que um sétimo e mais do que dez setenta e um avos do diâmetro. A diferença entre estas duas [frações] é um quatrocentos e noventa e sete avos.

Por isso, no círculo de diâmetro quatrocentos e noventa e sete cúbitos, juntas de bambu ou farsangs, o comprimento da circunferência é desconhecido e dúbio nos limites de um cúbito, uma junta de bambu ou um farsang e no maior círculo da esfera terrestre, tal incógnita se encontra nos limites de cinco farsangs, uma vez que seu diâmetro é aproximadamente igual a cinco vezes tal quantidade de farsangs. Já no cinturão do zodíaco dita incógnita situa-se nos limites consideravelmente maiores do que cem mil farsangs. Tais grandezas já são grandes para a circunferência, maior ainda serão para a medição de áreas. Na verdade, ele [Arquimedes] determinou o perímetro do polígono de noventa e seis lados inscrito na circunferência, menor que a circunferência, uma vez que cada um de seus lados é menor que o arco do qual ela é corda e, portanto, a soma de todos os lados [do polígono] é menor que a circunferência do círculo [no qual está inscrito o polígono], e ele também [Arquimedes] determinou também o perímetro do polígono circunscrito de modo semelhantes ao primeiro e na primeira asserção do primeiro livro de sua composição ele demonstrou que tal perímetro é maior que a circunferência do círculo, sendo que a diferença entre eles [perímetro do polígono inscrito e circunscrito] é tal como dada acima.

Abu-l-Wafa al-Buzdjani obteve, por meio de cálculo aproximado, a corda de metade de um trezentos e sessenta avos da circunferência em partes que o diâmetro é cento e vinte e, multiplicando isto por setecentos e vinte, obteve o perímetro do polígono inscrito. Ele determinou também o perímetro do polígono circunscrito semelhante e afirmou que se o diâmetro for cento e vinte, então a circunferência será 376 mais uma fração maior que $59 \frac{10}{59}$ terças e menor que $59 \frac{23}{54} \frac{12}{12}$ quartas. Para o maior círculo da terra isto seria mil cúbitos. Sendo que ele se enganou ao considerar o tamanho da corda de metade da 360^{a} parte igual a $0 \frac{31}{31} \frac{23}{23} \frac{55}{54} \frac{55}{55}$, que é um valor incorreto; o [valor] correto é $0 \frac{31}{31} \frac{24}{24} \frac{56}{56} \frac{58}{36}$, como mostraremos abaixo.

Abu Reihan Biruni obteve a corda de dois trezentos e sessenta avos da circunferência. Ele obteve o perímetro do polígono de cento e oitenta lados inscrito igual a 6 16 59 10 48 0, enquanto que o perímetro do semelhante circunscrito era 6 17 1 58 19 6; supondo a circunferência igual a metade da soma, ele passou de frações com denominador [sexagesimal] para os números indianos, tomando o diâmetro como a unidade. Isto faz com que para o círculo igual ao maior círculo da terra seja aproximadamente igual a um farsang. Neste cálculo ele enganosamente tomou a corda de duas [trezentos e sessenta] partes como sendo 2 5 39 43 36, enquanto que o correto seria 2 5 39 26 22. No entanto, na tabela de senos [incluída] no *Cânone Mas'ud*, ele tomou o seno de uma 360ª parte, ou seja, metade da corda de duas partes como sendo 1 2 49 43, o que é correto, enquanto que no dobro se tem um erro.

Uma vez que tais operações levam a erros, queremos determinar a circunferência em partes nas quais se expressam do diâmetro, para que fiquemos certos de que no círculo cujo diâmetro é igual seiscentos mil diâmetros da terra, a diferença entre ele [o valor obtido para a circunferência] e o valor real seja menor do que um cabelo, ou seja, um sexto da largura de um grão médio de cevada, de modo que tal diferença para um círculo menor que este seja ainda menor.

Compus o presente tratado contendo tal determinação, dei-lhe o título de *Tratado sobre a Circunferência* e o dividi em dez partes e conclusão. Rogo ao amado e generoso Allah que nos conduza pelo caminho da verdade.

O esquema adotado por al-Kashi foi o seguinte: enuncia o problema a ser resolvido ainda na introdução e apresenta a introdução em dez partes.

PRIMEIRA PARTE

Enuncia e demonstra o teorema *sobre a determinação da corda de um arco, que é a soma de um arco de corda conhecida e do arco que é a metade de seu suplementar.*

SEGUNDA PARTE

Enuncia e demonstra o teorema *sobre a determinação do perímetro de um polígono qualquer inscrito no círculo e do perímetro do polígono circunscrito ao círculo semelhante ao primeiro.*

Estes dois teoremas combinados levam a uma fórmula recursiva que permite calcular o lado c_n do polígono inscrito de 3×2^n lados, a partir de c_{n-1} , o valor obtido no passo anterior.

$$c_n = \sqrt{r(2r + c_{n-1})}, \text{ com } n \in N; 1 \leq n \leq 28$$

TERCEIRA PARTE

Al-Kashi coloca então a questão sobre quantos lados deverá ter o polígono para que se atinja a precisão desejada. Em suas palavras, *sobre quantas partes deve ser dividida a circunferência e até quantas casas sexagesimais é necessário efetuar as operações para que o perímetro obtido seja distinto da circunferência do círculo em menos do que um fio de cabelo.*

Fazendo os cálculos necessários ele declara: Por isto nós inscreveremos no círculo um tal polígono cujo número de lados é igual a oitocentos e cinco milhões e trezentos e seis mil e trezentos e sessenta e oito.

QUARTA PARTE

Al-Kashi diz quais operações efetuar: *Nós somamos o diâmetro 2 0 ao lado 1 0 do hexágono, obtendo 3 0, aumentamos este valor em uma ordem, obtendo 3 0 0. Extraímos a raiz, adicionamos a ela (à raiz) 2 0 e escrevemos [o resultado] na ordem e depois, tomamos a raiz deste mesmo valor; vamos fazer isto vinte e oito vezes.*

E cuidadoso com os cálculos diz: *Passamos de um cálculo para o seguinte depois de o refazermos duas ou três vezes. Além disso, nós nos asseguramos pela [verificação da conta], multiplicando a raiz por si mesma, repetindo duas ou três vezes e acrescentando o resto da operação à segunda multiplicação. [Então] se o*

cálculo estiver correto a soma torna-se igual ao número. Nós verificamos e nos asseguramos da correteza [dos cálculos] porque, caso se cometa um erro, ele iria aumentar mais e mais.

Quinta parte e sexta partes se relacionam a cálculos

A sétima parte, chamada de Sobre o que permite negligenciar nas operações anteriores, as frações de excesso e falta, o autor diz:

Saiba que na última ordem desses cálculos, a diferença, [isto é, o erro] não alcança a uma unidade completa daquela ordem e não a supera a até a última ordem do último cálculo.

As partes restantes não se referem ao cálculo propriamente dito.

OITAVA PARTE

Transformação do tamanho da circunferência em números indianos considerando a metade do diâmetro igual a um

NONA PARTE

Sobre o modo de usar as duas tabelas

DÉCIMA PARTE

Sobre a determinação da diferença entre o que é comumente aceito e de uso comum e o que obtivemos

CONCLUSÃO

Sobre a demonstração dos erros de Abu-l-Wafâ e Abur-Raihân (al-Biruni)

Poderíamos, obviamente, falar muito mais sobre este tratado. Voltaremos a ele assim que possível.



CONCLUSÃO

Ao iniciar este livro nossa intenção era proporcionar ao leitor uma ideia do mundo onde se produziu a matemática mais avançada do período medieval. Perseguimos este objetivo por três capítulos.

No primeiro capítulo fizemos um relato do surgimento do mundo islâmico que é inseparável da figura de Maomé e do islamismo enquanto religião. Se por um lado procurávamos nos ater aos aspectos que nos conduzissem pela via mais curta à produção do conhecimento no mundo islâmico, por outro lado queríamos que o relato ficasse compreensível ao leitor iniciante neste tema. Ademais, achamos interessante destacar justificativa apoiada em Lapidus (2002) do porquê tão rapidamente e de maneira tão firme os árabes abraçaram a nova fé islâmica. A nosso ver, Lapidus (2002) nos leva a pensar que Maomé trouxe não apenas uma nova religião, mas, pelo contrário, o islã trazia consigo uma transformação social muito necessária naquele momento. Tal abordagem adotada por nós pode ter deixado o capítulo mais longo do que deveria e esperamos que o leitor releve esta falha.

No segundo capítulo a intenção era discorrer sobre o contexto, as condições que permitiram a produção do saber no mundo islâmico. O assunto foi tratado não do ponto de vista motivacional ou do desejo, mas sim do ponto de vista das condições materiais e intelectuais presentes no mundo islâmico. Fica sempre a impressão de que a confluência de povos

diversos, tradições diversas e saberes diversos desde que não haja segregação, desde que um povo não seja sufocado por outro, é o elemento que mais propicia a criatividade humana. O relato neste capítulo nem podia cair na repetição do primeiro e nem avançar nas ideias do terceiro. Esperamos ter conseguido.

Quanto ao terceiro capítulo, pretendíamos dar uma ideia da produção matemática por meio de exemplo de obras comentadas. Cometemos o terrível erro de não perceber o prazo para entrega do texto se esgotando e tivemos de nos ater a apenas dois exemplos, se bem que dois exemplos icônicos: al-Khwarizmi e al-Kashi; o primeiro e o último se considerarmos os sete séculos de matemática islâmica medieval; um, amplamente conhecido por ter trazido a aritmética à moda dos indianos e a álgebra enquanto o outro, conhecido apenas pelos que trabalham com a temática ciência islâmica, desperta admiração ao conhecer suas obras.

As duas obras deveriam receber um relato mais detalhado, mas, talvez em uma outra publicação.

Terminamos aqui com um trecho de Berggren (2013):

Quando al-Kashi, a última grande figura da matemática islâmica medieval, morreu em 1429, os muçulmanos haviam trazido a matemática para muito longe dos elementos gregos e hindus com os quais haviam começado. A álgebra havia sido sistematizada e podia lidar com polinômios de qualquer grau inteiro positivo ou negativo; a aritmética decimal dos hindus havia sido adaptada a algoritmos de caneta e papel e estendida a frações decimais; em geometria, a configuração cujo estudo deveria levar à geometria não-euclidiana havia iniciado sua jornada de al-Khayyam a Sacchieri; e a trigonometria havia ganho

uma panóplia de funções, teoremas e tabelas. Estas conquistas tiveram um impacto sobre a matemática que ainda hoje se faz sentir, mas houve outros desenvolvimentos não menos notáveis por serem de impacto aparentemente mais limitado. Estes incluíram novos mapeamentos da esfera e instrumentos baseados neles, métodos geométricos e numéricos para resolver equações, e estudos de permutações e combinações. Além disso, as ciências matemáticas haviam revelado uma capacidade de servir não apenas às necessidades do comércio, do reino e do império, como tinham no mundo antigo, mas também às de uma comunidade religiosa (BERGGREN, 2013, p.83, tradução nossa).



REFERÊNCIAS

ALGERIANI, Adel Abdul-Aziz. MOHADI, Mawloud. **The House of Wisdom (Bayt al-Hikmah) and Its Civilizational impact on Islamic libraries: a Historical Perspective**. Mediterranean Journal of Social Sciences. V. 8. N.5. p. 179-187. 2017.

AL-KHWARIZMI, Muhammad Ibn Musa. **The Beginnings of Algebra** (Tradução comentada da Álgebra de al-Khwarizmi). Rushd Rashed (tradutor e editor). Saqi, 2009.

ANDRADE, Kaline França. MOREY, Bernadete. **Um estudo sobre al-Kashi: primeiras aproximações**. Anais do XIII Seminário Nacional de História da Matemática. Fortaleza, p. 1108- 2019.

ARAÚJO, Marlene Gorete. **Abu Ja'far Muhammad ibn Musa al-Khwarizmi: contribuições da álgebra para o ensino**. (Dissertação de Mestrado). UFRN: Natal, 2019.

AZARIAN, M. **The introduction of Al-risala al-muhitiyya: an English translation**. The International Journal of Pure and Applied Mathematics. V. 57, n.6, p.903-914, 2009.

BERGGREN, L. **Episodes in the mathematics of medieval Islam**. Includes bibliographies and index. N.Y. Springer Verlag, 1986.

BERGGREN, L. **Islamic Mathematics**. In: The Cambridge History of Science. volume 2. Medieval Science. Edited by David Lindberg and Michael Shank. Cambridge University Press New York, 2013.

BREZINA, C. **Al-Khwarizmi: The inventor of Algebra**. New York: The Rosen Publishing Group, 2006.

BULGÁKOV, I. G.; ROZENFELD, B. A.; ÁKHMEDOV. A. A. Muhammad al-Khorezmi (c.783 - c. 850). Izdatelstvo Naúka: Moscou, 1983.

CAMBRIDGE. **A catalogue of the manuscripts preserved in the Library of the University of Cambridge.** Cambridge: Cambridge Univ. Press, 1858.

HOGENDIJK, J.; SABRA, A. (Eds.). **The Enterprise of Science in Islam: new perspectives.** The MIT Press Cambridge, Massachusetts London, England, 2003.

HOURLANI, Albert. **Uma história dos povos árabes.** Companhia de Bolso, 2006.

LAPIDUS, Ira. **A History of Islamic Societies.** University of California. Berkeley. Segunda Edição, 2002.

MOREY, Bernadete. **O início da Historiografia em Russo sobre a Matemática Islâmica.** Anais do XII Seminário Nacional de História da Matemática. P. 6-15. 2017.

MUHAMMAD, Ibn Musa Al-Khorezmi. **Livro sobre o cálculo indiano.** Trad. Do latim por Yu. Kh. Kopelevitch e A. P. Yushkiévitch. In: Muhammad Ibn Musa al-Khorezmi – Matematícheskie Traktaty. Izdatelstvo FAN Uzbekskoy SSR. P. 5-19. 1983.

RAJEP, F. J. **Islamic Culture and the Natural Sciences.** In: The Cambridge 2013

SILVERSTEIN, Adam. **Islamic History: A very short introduction.** Oxford University Press. New York. 2010.

YUSHKIÉVITCH, A. P. **Istoriya Matematiki v srednie viéka.** Série Matematika do epokhi vozrojdeniya. 1961.

YUSHKIÉVITCH, A. P. **Sobre o tratado aritmético de al-Khwarizmi (O trudê po arifmétiike al-Khorezma).** In: Muhammad ibn Mussa al-Khorezmi - Matematícheski traktati. Akademya Naúk Uzbekskoy SSR. 1983.

OS AUTORES

BERNADETE BARBOSA MOREY Graduação em Matemática pela Universidade Amizade dos Povos, mestrado em Matemática pela Universidade Amizade dos Povos e doutorado em Educação Matemática pela Universidade Amizade dos Povos (1992). Estágio pós-doutoral na UNESP-RC em História da Matemática (2010), Estágio pós-doutoral na Universidade de Penza, Rússia (2016) em História da Matemática. Estágio pós-doutoral (2017-2018) na Laurentian University, Sudbury, Canadá. Coordena o Grupo de Pesquisa Matemática e Cultura. Seus interesses em pesquisa são: 1. Teoria da Objetivação, uma teoria de ensino e aprendizagem sociocultural; 2. Relações entre a História da Matemática e a Educação Matemática; 3. Matemática Recreativa e Ensino de Matemática; 4. Matemática Medieval Islâmica.

bernadetemorey@gmail.com

DAVIDSON PAULO AZEVEDO OLIVEIRA Licenciatura em Matemática (2003) e especialização em Matemática Professores do Terceiro Grau (2005) ambos pela Universidade Federal de Minas Gerais. Mestrado em Educação Matemática pela Universidade Federal de Ouro Preto (2012) e Doutorado em Educação Matemática pela Unesp – Rio Claro (2020). Seus interesses em pesquisa são: 1. História da Matemática; 2. História da Educação Matemática. Professor da Coordenação

de Matemática do Instituto Federal de Minas Gerais –
Campus Ouro Preto.

davidson.oliveira@ifmg.edu.br

ANA PAULA PEREIRA DO NASCIMENTO Licenciatura Plena em
Matemática(2009) e Mestre em Ensino de Ciências Naturais
e Matemática (2013) Universidade Federal do Rio Grande do
Norte. Doutorando em Ciências e Matemática pela mesma
Universidade. Seus interesses de pesquisa são: 1. História da
Matemática. Professora do Instituto Federal de Educação,
Ciência e Tecnologia do Ceará – Campus Jaguaribe.

paula.pereira@ifce.edu.br

VOLUMES DESTA SÉRIE

1	Aproximações entre matemática, literatura e história: reflexões sobre o ensino e a pesquisa <i>Rafael Montoito Andreia Dalcin Diogo Franco Rios</i>
2	Aspectos históricos da origem e desenvolvimento do cálculo vetorial <i>Sabrina Helena Bonfim Angelica Raiz Calábria</i>
3	Conceitos geométricos em artesanatos e grafismos indígenas: uma tradição histórico-cultural de uma comunidade Guarani <i>Rhuan Guilherme Tardo Ribeiro Suélen Rita Andrade Machado Lucieli M. Trivizoli</i>
4	A matemática do ensino de frações: Do século XIX à BNCC <i>Rosilda dos Santos Morais Luciane de Fatima Bertini Wagner Rodrigues Valente</i>
5	Geometria da régua: As construções geométricas de Jean-Victor Poncelet (1788-1867) <i>Gerard Emile Grimberg Jansley Alves Chaves Magno Luiz Ferreira</i>
6	História da Matemática na Educação Básica: Atividades para o ensino de equação do primeiro grau com uma incógnita <i>Letícia Sousa Carvalho Mariana Feiteiro Cavalari Eliane Matesco Cristovão</i>
7	História das equações quadráticas na civilização islâmica medieval: uma visita ao método de resolução de Ibn Turk <i>Jéssica Targino Muniz Gabriela Lucheze de Oliveira Lopes</i>

8	História, Tecnologias e Matemática: uma aliança para conteúdos do 8º ano em conformidade com a BNCC <i>Alison Luan Ferreira da Silva Giselle Costa de Sousa</i>
9	Tópicos de História da Matemática Islâmica Medieval <i>Bernadete Barbosa Morey Davidson Paulo Azevedo Oliveira Ana Paula Pereira do Nascimento</i>
10	Análise combinatória: um estudo usando a história da matemática em sala de aula <i>Larissa Sene Araújo Mônica de Cássia Siqueira Martines</i>